

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

VI

Pagina 1 din 5

Problema 1

(10 puncte)

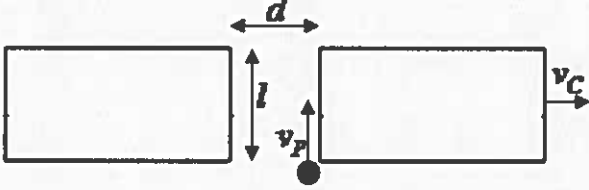
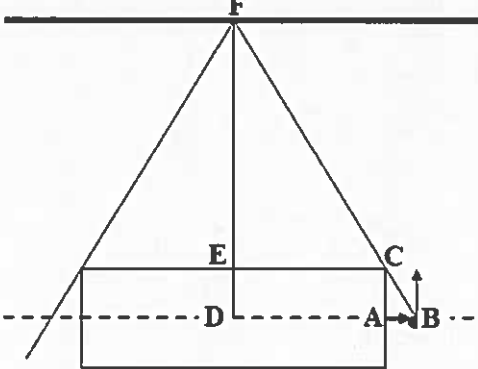
							Parțial	Punctaj																																																								
a) Perioada pendulului este $T = \frac{t}{N}$ (1p) Tabel complet formal, fără calcule sau fără exactitatea calculelor (1p) <table><tr><th>Nr. Crt.</th><th>N</th><th>t (s)</th><th>T (s)</th><th>T_{medie} (s)</th><th>ΔT (s)</th><th>ΔT_{medie} (s)</th></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>4,12</td><td>0,82</td><td></td><td>0,02</td><td></td></tr><tr><td>2</td><td>7</td><td>6,3</td><td>0,9</td><td></td><td>0,06</td><td></td></tr><tr><td>3</td><td>5</td><td>14,34</td><td>2,86</td><td></td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>4</td><td>10</td><td>8,38</td><td>0,83</td><td>0,84</td><td>0,01</td><td>0,02</td></tr><tr><td>5</td><td>15</td><td>12,87</td><td>0,85</td><td></td><td>0,01</td><td></td></tr><tr><td>6</td><td>12</td><td>10,3</td><td>0,85</td><td></td><td>0,01</td><td></td></tr><tr><td>7</td><td>9</td><td>7,53</td><td>0,83</td><td></td><td>0,01</td><td></td></tr></table> A treia determinare conține o eroare grosolană și se elimină din calcul. Completarea tabelului cu valorile corecte. (1p) Rezultat final: $T = (0,84 \pm 0,02) \text{ s}$ (1p)							Nr. Crt.	N	t (s)	T (s)	T _{medie} (s)	ΔT (s)	ΔT _{medie} (s)	1	5	4,12	0,82		0,02		2	7	6,3	0,9		0,06		3	5	14,34	2,86		-		4	10	8,38	0,83	0,84	0,01	0,02	5	15	12,87	0,85		0,01		6	12	10,3	0,85		0,01		7	9	7,53	0,83		0,01		4	9
Nr. Crt.	N	t (s)	T (s)	T _{medie} (s)	ΔT (s)	ΔT _{medie} (s)																																																										
1	5	4,12	0,82		0,02																																																											
2	7	6,3	0,9		0,06																																																											
3	5	14,34	2,86		-																																																											
4	10	8,38	0,83	0,84	0,01	0,02																																																										
5	15	12,87	0,85		0,01																																																											
6	12	10,3	0,85		0,01																																																											
7	9	7,53	0,83		0,01																																																											
b) $L = 98,1 \text{ cm}$ Erorile se cumulează, deci $\Delta L = 0,05 \text{ cm}$ $L = (98,1 \pm 0,05) \text{ cm}$							2																																																									
c) grafic liniar rezultă că $\frac{T^2}{L} = \text{constant}$ $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ $g \approx 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$							1 1 1																																																									
Oficiu							1	1																																																								

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

VI

Pagina 2 din 5

	Parțial	Punctaj
2.a		
Pucul parcurge distanța de 5cm în cât timp coloana parcurge distanța de 2cm 	1	3p
$t = \frac{l}{v_P} = \frac{d}{v_C}$	1	
$v_P = \frac{50mm \cdot 10mm/s}{20mm} = 25mm/s$	1	
2.b		
DF este jumătate din lățimea benzii În intervalul de timp în care dreptunghiul parcurge distanța L pucul parcurge dus întors distanța $2\left(\frac{D}{2} - \frac{l}{2}\right)$ 	1	3p
$t = \frac{L}{v_C} = \frac{2\left(\frac{D}{2} - \frac{l}{2}\right)}{v_P}$	1	
$D = 5cm + \frac{2,5cm/s \cdot 10cm}{1cm/s} = 30cm$	1	
2.c		

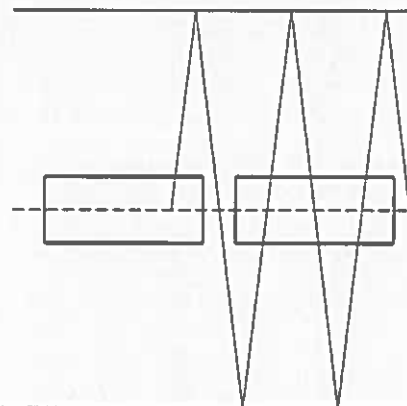
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022

Barem de evaluare și de notare

VI

Pagina 3 din 5

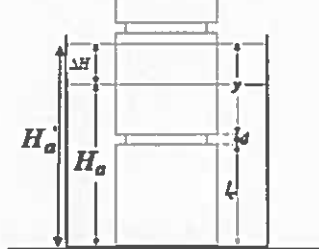
Primul dreptunghi termină traversarea liniei pucului după $t_1 = \frac{L}{v_c} = 11s.$ În acest timp pucul va parcurge distanța $d_2 = v_3 t_1 = 110cm$. 	1	3p
Primii $\frac{D}{2} = 15cm$ sunt parcurși pentru a ajunge prima dată la margine, fără să intersecteze dreptunghiul	0,5	
Urmează 3 traversări a 30cm în care pucul strabate dreptunghiul de 3 ori. Ultimii 5 cm străbătuți în timpul t_1 sunt insuficienți pentru a mai atinge dreptunghiul, deci pucul traversează de 3 ori.	0,5	
Pentru a atinge prima dată dreptunghiul, pucul trebuie să parcurgă distanța $D_1 = \frac{D}{2} + \left(\frac{D}{2} - \frac{l}{2} \right) = 27,5cm$	0,5	
Acest lucru se întâmplă în timpul $t_3 = \frac{D_1}{v_3} = 2,75s$	0,5	
OFICIU		1p

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VI

Pagina 4 din 5

	Parțial	Punctaj
a)		
Volumul unui cub $V_{cub} = (l_c)^3$ $V_c = 125 \text{ cm}^3$	0,5p	3p
$m_1 = \rho_1 \cdot V_c \Rightarrow m_1 = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 125 \text{ cm}^3 = 337,5 \text{ g}$	1,0p	
$m_2 = \rho_2 \cdot V_c \Rightarrow m_2 = 7,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 125 \text{ cm}^3 = 975,0 \text{ g}$		
$m_3 = \rho_3 \cdot V_0 \Rightarrow m_3 = 11,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 125 \text{ cm}^3 = 1425,0 \text{ g}$		
Volumul de adeziv $V_{ad} = S_{ad} \cdot d \Rightarrow V_{ad} = 16 \text{ cm}^2 \times 0,5 \text{ cm} = 8 \text{ cm}^3$	0,5p	
Masa totală de adeziv $m_{ad} = \rho_{ad} \cdot 2V_{ad} \Rightarrow m_{ad} = 16 \text{ cm}^3 \times 1,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 24 \text{ g}$		
Densitatea turnului $\rho_{turn} = \frac{m_{turn}}{V_{turn}} = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_{ad}}{3V_{cub} + 2V_{ad}}$	0,5p	
$\rho_{turn} = \frac{2761,5 \text{ g}}{391 \text{ cm}^3} \approx 7,063 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \approx 7,1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$	0,5p	
b)		
Volumul de apă din pahar $V_{apă} = S_p \cdot H_a = S_p \cdot \frac{3}{4} H$ $V_{apă} = 100 \text{ cm}^2 \cdot 7,5 \text{ cm} = 750 \text{ cm}^3$	0,5p	3p
	1,5p	
$S_p \cdot H_a' = S_p \cdot (H_a + \Delta H) = V_{apă} + V_{cub} + V_{ad} + l_c^2 \cdot y$		
$H_a + \Delta H = l_c + d + y \Rightarrow y = H_a + \Delta H - l_c - d$		
$S_p \cdot H_a + S_p \cdot \Delta H = V_{apă} + V_{cub} + V_{ad} + l_c^2 \cdot (H_a + \Delta H - l_c - d)$		
$\Delta H \cdot (S_p - l_c^2) = V_{ad} + l_c^2 \cdot (H_a - d)$	0,5p	
$\Delta H = \frac{V_{ad} + l_c^2 (H_a - d)}{(S_p - l_c^2)}$		
$\Delta H = \frac{8 + 25(7,5 - 0,5)}{(100 - 25)} \text{ cm} = 2,44 \text{ cm}$	0,5p	

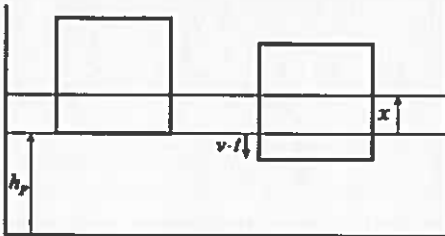
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022**

Barem de evaluare și de notare

VI

Pagina 5 din 5

c) distanța pe care coboară cubul $v \cdot t$ distanța pe care urcă nivelul apei x  $S_p(h_p + x) = S_p \cdot h_p + S_C(v \cdot t + x)$ $S_p \cdot h_p + S_p x = S_p \cdot h_p + S_C \cdot v \cdot t + S_C \cdot x$ $x = \frac{S_C \cdot v \cdot t}{S_p - S_C}$ După un timp t de o secundă $x = \frac{25 \cdot 0,1 \cdot 1}{100 - 25} \text{ cm} = \frac{2,5}{75} \text{ cm} = 0,0(3) \text{ cm} \Rightarrow v_1 = 0,0(3) \text{ cm/s}$	1,5p	3p
Același raționament din momentul pătrunderii adezivului în apă $S_p(h_p + y) = S_p \cdot h_p + S_{ad}(v \cdot t + y)$ $y = \frac{S_{ad} \cdot v \cdot t}{S_p - S_{ad}}$ $y = \frac{16 \cdot 0,1 \cdot 1}{100 - 16} \text{ cm} = \frac{1,6}{84} \text{ cm} \approx 0,019 \text{ cm} \Rightarrow v_2 \approx 0,019 \text{ cm/s}$	1,5p	
Oficiu		1

Barem propus de:

*prof. dr. Radu Murdzek – Școala Gimnazială Bozieni, Neamț
prof. Emil Necuță – Colegiul Național „Alexandru Odobescu”, Pitești
prof. Florin Moraru – Colegiul Național „Nicolae Bălcescu, Brăila*

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022**

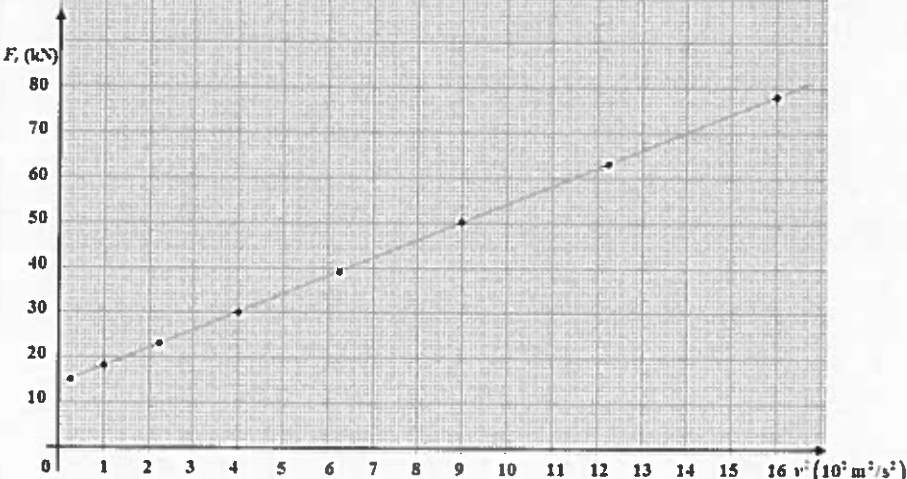
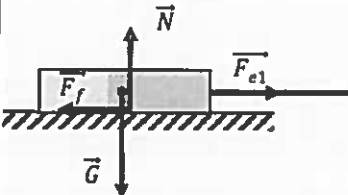
Barem de evaluare și de notare

VII

Pagina 1 din 6

Problema 1

(10 puncte)

				Parțial	Punctaj
a. $v = \text{const.} \Rightarrow F_r = F_t, F_t = \frac{P}{v}$				0,5	
$v \text{ (m/s)}$	$v^2 \text{ (m/s)}^2$	$P \text{ (kW)}$	$F_r \text{ (kN)}$	0,8	
5	25	75	15		
10	100	180	18		
15	225	345	23		
20	400	600	30		
25	625	975	39		
30	900	1500	50		
35	1225	2205	63		
40	1600	3120	78		
				1,2	3
Concluzie: La deplasarea trenului cu viteza v apare o forță de rezistență la deplasarea trenului care crește liniar cu pătratul vitezei și are sens opus vectorului viteză.				0,5	3
b.					
$P' = F_t' \cdot v, F_t' = F_r + G_t$				1,0	
Din tabel, pentru $v = 15 \text{ m/s}$ forța de rezistență la înaintare este $F_r = 23 \text{ kN}$				0,5	
$G_t = M_{\text{tren}} g \frac{h}{\ell}, M_{\text{tren}} = M + nm$				1,0	
Numeric: $P' = 1260 \text{ kW}$				0,5	3
c.					
 $F_{e1} = F_f$ $\mu mg = k(\ell_1 - \ell_0) \quad (1)$				1	3

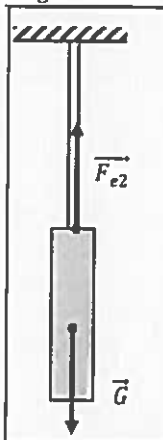
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022**

Barem de evaluare și de notare

VII

Pagina 2 din 6

	Prin îndoirea firului constanta de elasticitate a unei jumătăți se modifică $k\ell_0 = k_1 \frac{\ell_0}{2} \Rightarrow k_1 = 2k$ $G = F_{e2}$ $mg = 2 \cdot 2k \left(\ell_2 - \frac{\ell_0}{2} \right) \Leftrightarrow mg = k(4\ell_2 - 2\ell_0) \quad (2)$	1	
Prin împărțirea celor două relații obținem: $\mu = \frac{\ell_1 - \ell_0}{4\ell_2 - 2\ell_0}$. Înlocuim în relație valorile medii obținute de Dora: $\bar{\ell}_1 = \frac{23,8\text{ cm} + 24\text{ cm} + 24,2\text{ cm}}{3} = 24\text{ cm}$ și $\bar{\ell}_2 = \frac{14,8\text{ cm} + 15,2\text{ cm} + 15\text{ cm}}{3} = 15\text{ cm}$ $\mu = \frac{24\text{ cm} - 20\text{ cm}}{4 \cdot 15\text{ cm} - 2 \cdot 20\text{ cm}} = 0,2$		1	
Oficiu			1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

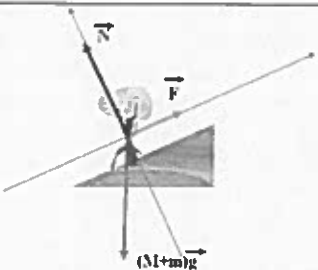
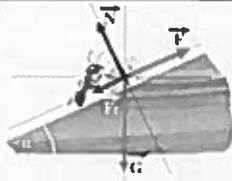
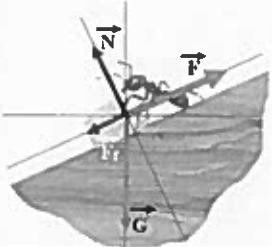
Etape județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VII

Pagina 3 din 6

Problema 2

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a. În urcare, furnica împreună cu grăunțele de nisip formează un corp comun, pentru deplasarea căruia cvasistatic se consumă lucrul mecanic: $L_{cu} = (M + m)gh$ La întoarcere, furnica singură consumă lucrul mecanic: $L_{cc} = mgh$ Lucrul mecanic consumat este: $L_c = L_{cu} + L_{cc}$ 	1	3
Lucrul mecanic util este: $L_u = Mgh$	1	
Randamentul este: $\eta = \frac{L_u}{L_{cu} + L_{cc}} = \frac{M}{M + 2m} = \frac{25}{27} = 92,59\%$	1	
b. Notăm cu $d = \sqrt{b^2 + h^2} = 17$ cm lungimea planului înclinat. Pentru ca furnica să urce uniform: $F - Mg \frac{h}{d} - F_f = 0$; $N - Mg \frac{b}{d} = 0$; $F_f = \mu N$. De aici rezultă expresia forței paralele cu planul cu care furnica trebuie să împingă grăunțele: $F = Mg(\frac{h}{d} + \mu \frac{b}{d})$. 	0,5	3
Lucrul mecanic consumat la urcarea cvasistatică este: $L_{cu} = Fd + mgh = Mg(h + \mu b) + mgh$. Pentru coborâre, furnica fără grăunte consumă lucrul: $L_{cc} = mgh$. Deoarece lucrul mecanic util este: $L_u = Mgh$, randamentul va fi:	0,5	
$\eta = \frac{nh}{2h + n(h + \mu b)} = \frac{200}{291} = 68,73\%$	0,5	
Observație: pentru cazul în care furnica tractează grăunțele, calculele sunt identice, ca și diagrama forțelor: 	0,5	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VIII

Problema 1 - Experimente în laboratorul de fizică		(10 puncte)
	Parțial	Punctaj
a)		3p
Condiția pentru echilibrul de rotație în raport cu punctul B: $G \cdot b_G = T_1 \cdot b_{T_1} \Leftrightarrow Mg \left(\frac{l}{2} - x \right) = T_1 (l - x)$	1,00	
$T_2 = mg, 2 \cdot T_1 = T_2$	1,00	
$M = \frac{m(l-x)}{l-2x}$	0,50	
Rezultat final: $M = 0,6\text{kg}$	0,50	
b)		3p
Condițiile pentru echilibrul de translație: $Oy: N_A - G + F_A = 0 \Leftrightarrow N_A = G - F_A \Leftrightarrow N_A = G_a$	0,50	
Condiția pentru echilibrul de rotație în raport cu punctul C': $M_{N_A,C} + M_{F_A,C} = M_{F_{fA},C} + M_{G,C} \Leftrightarrow N_A \cdot b_{N_A,C} + F_A \cdot b_{F_A,C} = F_{fA} \cdot b_{F_{fA},C} + G \cdot b_{G,C}$	0,50	
$b_{N_A,C} = l \cdot \cos \alpha; b_{F_A,C} = \frac{l}{2} \cos \alpha; b_{F_{fA},C} = l \cdot \sin \alpha; b_{G,C} = \frac{l}{2} \cos \alpha$	0,25	
$\Rightarrow N_A \cos \alpha + \frac{1}{2} F_A \cos \alpha = F_{fA} \sin \alpha + \frac{1}{2} G \cos \alpha$	0,25	
$F_{fA} = \mu N_A$	0,25	
$\Rightarrow N_A (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) = \frac{1}{2} G_a \cos \alpha$	0,25	
Rezultă: $\mu = \frac{1 \cos \alpha}{2 \sin \alpha} = \frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha$	0,50	
Rezultat final: $\mu = \frac{\sqrt{3}}{6} \cong 0,29$	0,50	
c)		3p
Condiția de echilibru de translație: $Ox: F_{fA} - N_C = 0 \Leftrightarrow \mu N_A = N_C$	0,25	
$Oy: N_A + F_A - G + F_{fC} = 0 \Leftrightarrow N_A + F_A - G + \mu N_C = 0$	0,25	
$\Rightarrow N_A (1 + \mu^2) = G - F_A$	0,25	
Condiția de echilibru de rotație în raport cu punctul C': $M_{N_A,C} + M_{F_A,C} = M_{F_{fA},C} + M_{G,C} \Leftrightarrow N_A \cdot b_{N_A,C} + F_A \cdot b_{F_A,C} = F_{fA} \cdot b_{F_{fA},C} + G \cdot b_{G,C}$	0,25	
$b_{N_A,C} = l \cdot \cos \beta; b_{F_A,C} = \frac{3}{4} l \cdot \cos \beta; b_{F_{fA},C} = l \cdot \sin \beta; b_{G,C} = \frac{l}{2} \cdot \cos \beta$	0,25	
$\Rightarrow N_A (\cos \beta - \mu \sin \beta) = \frac{1}{2} G \cos \beta - \frac{3}{4} F_A \cos \beta$	0,25	
Rezultă: $(1 + \mu^2) \left(\frac{1}{2} G - \frac{3}{4} F_A \right) = (G - F_A) (1 - \mu \cdot \operatorname{tg} \beta)$	0,25	
$G = Mg = \rho V g$	0,25	
$F_A = \rho_{apa} V_d g = \rho_{apa} \frac{V}{2} g$	0,25	
$\Rightarrow \frac{G}{F_A} = \frac{2\rho}{\rho_{apa}}$	0,25	
Rezultă: $(4\rho - 3\rho_{apa})(1 + \mu^2) = 4(2\rho - \rho_{apa})(1 - \mu \cdot \operatorname{tg} \beta)$	0,25	
$7\mu^2 + 32\mu - 9 = 0$	0,25	
Rezultat final: $\mu \cong 0,27$	0,25	
Oficiu	1,00	1

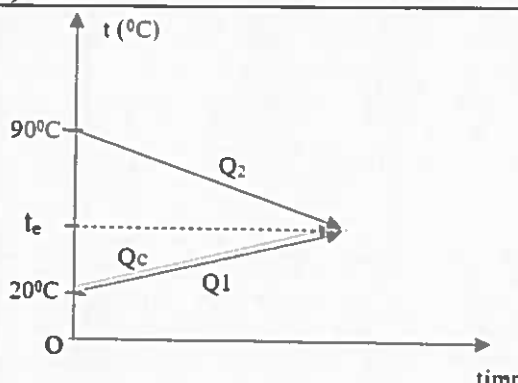
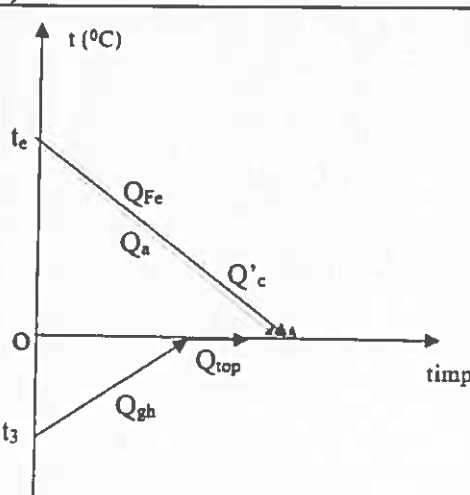
- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VIII

Problema 2 - Apă, fier, gheață

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a)		3p
	0,25	
$ Q_{cedat} = Q_{primit}$	0,25	
$ Q_2 = Q_c + Q_1$	0,5	
$m_2 c_2 (t_2 - t_e) = C(t_e - t_1) + m_1 c_1 (t_e - t_1)$	1	
$t_e = \frac{m_2 c_2 t_2 + C t_1 + m_1 c_1 t_1}{C + m_1 c_1 + m_2 c_2}$	0,50	
Rezultat final: $t_e = 21,53^\circ\text{C}$	0,50	
b)		3p
	0,25	
$ Q_{cedat} = Q_{primit}$	0,25	
$ Q_{Fe} + Q'_c + Q_a = Q_{gh} + Q_{top}$	0,50	
$m_3 c_3 (0^\circ - t_3) + m' \lambda_{top} = m_1 c_1 (t_e - 0^\circ) + m_2 c_2 (t_e - 0^\circ) + C(t_e - 0^\circ)$	1	
$m' = \frac{t_e (m_1 c_1 + m_2 c_2 + C - m_3 c_3 (0^\circ - t_3))}{\lambda_{top}}$	0,50	
Rezultat final: $m' = 1,81 \text{ kg}$	0,50	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VIII

c)		3p
	0,25	
$m'' = m_3 - m'$ $m'' = 2,19 \text{ kg}$	0,25	
$Q_{utila} = \eta m_c q$ $\eta m_c q = m'' \lambda_{top} + m'' c_l (t_v - 0^\circ) + m'' \lambda_v$	0,50 1	
$m_c = \frac{m'' (\lambda_{top} + c_l t_v + \lambda_v)}{\eta q}$	0,50	
Rezultat final: $m_c = 195 \text{ g alcool}$	0,50	
Din oficiu		1p
Total		10p

Problema 3 - Corpuri în lichid

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a)		2p
Energia mecanică a fiecărui corp se conservă după ieșirea din apă	0,50	
$\frac{m_1 \cdot v_1^2}{2} = m_1 g \left(h_1 - \frac{a}{2} \right), \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} = m_2 g \left(h_2 - \frac{a}{2} \right) \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{2h_1 - a}{2h_2 - a}}$	1,00	
Rezultat final: $\frac{v_1}{v_2} \approx 1,15$	0,50	
b)		3p
Pentru mișcarea corpului 1 din poziția inițială (A) până la ieșirea din apă (D) se aplică teorema de variație a energiei mecanice: $\Delta E_c = L_{total}$. $\Delta E_c = E_{cD} - E_{cA} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ $= m_1 g \left(h_1 - \frac{a}{2} \right)$ $L_{total} = L_G + L_{FA} + L_{FA}'$ $L_G = -m_1 g H$ În decursul deplasării corpului din poziția A în poziția B, lucrul mecanic al forței arhimedice este: $L_{FA} = F_A \cdot (H - a); F_A = \rho \cdot V \cdot g$		0,50 0,50 0,50

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Olimpiada de Fizică
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

VIII

În timpul ieșirii corpului din apă, forța lui Arhimede scade liniar cu deplasarea, iar lucrul mecanic al acestei forțe este: $L_{FA'} = \frac{F_A + F_{A'}}{2} \cdot \frac{a}{2}; F_A = \rho \cdot V \cdot g; F_{A'} = 0$	0,50	
Efectuând calculele și considerând că $m_1 = \rho_1 \cdot V$ se obține: $\rho_1 = \frac{\rho(4H-3a)}{2(2H+2h_1-a)}$	0,50	
Rezultat final: $\rho_1 \approx 0,71 \text{ g/cm}^3$	0,50	
b)		4p
Teorema de variație a energiei cinetice: $\Delta E_c = L_{total}; \Delta E_c = 0$ $L_{total} = L_G + L_{Fe} + L_{FA}$	0,50	
$L_G = -m_2 g(H - l_0 + x - a); m_2 = \rho_2 \cdot V$	0,50	
$L_{Fe} = \frac{k \cdot x^2}{2} - \frac{k(H-l_0-a)^2}{2}$	0,50	
$L_{FA} = \rho_{mediu} V g(H - l_0 + x - a);$	0,50	
$\rho_{mediu} = \frac{\rho_{initial} + \rho_{final}}{2}; \rho_{mediu} = 1,315 \text{ g/cm}^3$	0,50	
$\rho_{initial} = \rho_0 - b(l_0 - x + \frac{a}{2}); \rho_{final} = \rho_0 - b(H - \frac{a}{2})$	0,50	
Făcând calculele se obține: $k = \frac{2a \cdot S_2 \cdot g(H-l_0+x-a)(\rho_m - \rho_2)}{(H-l_0-a)^2 - x^2}$	0,50	
Rezultat final: $k \approx 1,4 \text{ N/m}$	0,50	
Oficiu		1
Total		10p

Barem propus de:

prof. dr. Ana-Cezarina Moroșanu - Colegiul Național „Petru Rareș” Piatra Neamț
prof. Corina Dobrescu - Colegiul Național de Informatică „Tudor Vianu” București
prof. Cristina Anghel - Liceul Teoretic „Ovidius” Constanța

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

IX

Pagina 1 din 3

Problema 1 (10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a) Pentru:		
$y = x \tan \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$	1p	3p
$\begin{cases} h_1 = d_1 \tan \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{d_1^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \\ h_2 = d_2 \tan \theta - \frac{g}{2} \cdot \frac{d_2^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \end{cases}$	1p	
$v_0 \approx 2,98 \text{ m/s}; \theta \approx 74^\circ$	1p	
b) Pentru:		
$t_u = \frac{v_0 \sin \theta}{g}$	1p	3p
$t_{\text{orizontala}} = \frac{v_0 \cos \theta}{kg}$	2p	
c) Pentru:		
$t_{\text{orizontala}} > 2t_{\text{urcare}} \Rightarrow k \tan \theta < 0,5$ o curbă asemănătoare unei parabole, asimetrică, cu o bătaie mai mică în comparație cu cea obținută în absența forței orizontale;	1p	3p
$t_{\text{urcare}} < t_{\text{orizontala}} < 2t_{\text{urcare}} \Rightarrow 0,5 < k \tan \theta < 1$ pe orizontală bila se întoarce spre vest, după atingerea înălțimii maxime, înainte de aterizare;	1p	
$t_{\text{orizontala}} < t_{\text{urcare}} \Rightarrow k \tan \theta > 1$ pe orizontală bila se întoarce spre vest, înainte de a atinge înălțimea maximă.	1p	
Oficiu		1p

Problema 2 (10 puncte)

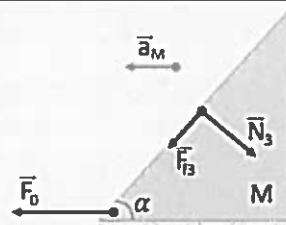
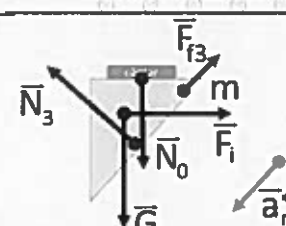
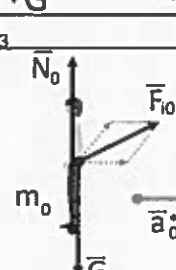
	Parțial	Punctaj
a) Accelerația cu care sistemul format din pană și om coboară pe suprafața prisme este:	0,5	1,5
$a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$		
Pentru om, pe direcție verticală:	0,5	
$N = m_0 \cdot g - m_0 \cdot a \cdot \sin \alpha$		
Deci masa aparentă este	0,5	
$m_a = m_0 \cdot \cos \alpha \cdot (\cos \alpha + \mu \cdot \sin \alpha) = 30 \text{ kg}$		
b) Sunt posibile două cazuri:		
Cazul 1: tendință de alunecare a penei este în jos. Pentru prismă:	0,5	3,5
$F_1 + F_f \cdot \cos \alpha - N_1 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_1$		
Pentru ansamblul format din pană și om:	0,5	
$(m + m_0) \cdot g \cdot \sin \alpha - (m + m_0) \cdot a_1 \cdot \cos \alpha - F_f = 0$		
$N_1 = (m + m_0) \cdot g \cdot \cos \alpha + (m + m_0) \cdot a_1 \cdot \sin \alpha$	0,5	
Rezultă $F_f = 3000 \text{ N} = 3 \text{ kN}$	0,25	
Cazul 2: tendință de alunecare a penei este în sus. Pentru prismă:	0,5	
$F_2 - F_f \cdot \cos \alpha - N_2 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_2$		
Pentru ansamblul format din pană și om:	0,5	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

IX

Pagina 2 din 3

$(m + m_0) \cdot g \cdot \sin \alpha - (m + m_0) \cdot a_2 \cdot \cos \alpha + F_f = 0$		
$N_2 = (m + m_0) \cdot g \cdot \cos \alpha + (m + m_0) \cdot a_2 \cdot \sin \alpha$	0,5	
Rezultă $F_1 = 5000N = 5kN$	0,25	
c) Pentru prismă față de pământ: $F_0 + \mu \cdot N_3 \cdot \cos \alpha - N_3 \cdot \sin \alpha = M \cdot a_M$		0,5
Pentru pană față de prismă: $(m \cdot g + N_0) \cdot \sin \alpha - m \cdot a_M \cdot \cos \alpha - \mu \cdot N_3 = m \cdot a_m^*$		0,5
$(m \cdot g + N_0) \cdot \cos \alpha + m \cdot a_M \cdot \sin \alpha = N_3$	0,5	
Pentru om față de pană: $m_0 \cdot a_M + m_0 \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha = m_0 \cdot a_0^*$		0,5
$N_0 + m_0 \cdot a_m^* \cdot \sin \alpha = m_0 \cdot g$	0,5	
Rezultă $a_M = 3m/s$	0,5	
Accelerația penei față de pământ este: $a_m = \sqrt{a_M^2 + (a_m^*)^2 + 2 \cdot a_M \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha} = \sqrt{52}m/s^2 \cong 7,21m/s^2$	0,5	
Accelerația omului față de pământ este: $a_o = \sqrt{(a_0^* - a_M)^2 + (a_m^*)^2 - 2 \cdot (a_0^* - a_M) \cdot a_m^* \cdot \cos \alpha} = 4m/s^2$ Observație: În sistemul de referință legat de sol accelerația omului este orientată vertical în jos și se poate determina direct din relația: $m_0 \cdot g - N_0 = m_0 \cdot a_0$	0,5	
Oficiu		1p

Problema 3

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a) Deoarece resorturile k_1 și k_2 aveau în stare nedeformată aceeași lungime rezultă că după lipirea corpurilor ele vor avea aceeași alungire: $x_1 = x_2 = x$, $F_e = F_{e1} + F_{e2}$, $k_e x = k_1 x + k_2 x$, $\Rightarrow k_e = k_1 + k_2$	1p	1p
b) Lucrul mecanic total efectuat pentru alungirea resorturilor până la lipirea corpurilor este egal cu suma lucrurilor mecanice ale forțelor elastice, luate în modul: $L = \frac{k_1 x_1^2}{2} + \frac{k_2 x_2^2}{2} + \frac{k_3 x_3^2}{2} = \frac{(k_1 + k_2) x_1^2}{2} + \frac{k_3 x_3^2}{2}$	1p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

IX

Pagina 3 din 3

$F_{e1} + F_{e2} = F_{e3} \Rightarrow k_1 x_1 + k_2 x_1 = k_3 x_3 \Rightarrow x_3 = \frac{k_1 + k_2}{k_3} x_1$	1p	3p
$L = \frac{(k_1 + k_2)x_1^2}{2} \left(1 + \frac{k_1 + k_2}{k_3} \right) = \frac{(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)x_1^2}{2k_3}$		
$x_1 = x_2 = \sqrt{\frac{2Lk_3}{(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$x_3 = \sqrt{\frac{2L(k_1 + k_2)}{k_3(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
c) După desfacerea lipiturii, în lipsa forțelor de frecare, energia mecanică a fiecărui corp se conservă în timpul oscilațiilor. Viteza fiecărui corp devine maximă atunci când corpul respectiv trece prin poziția în care resortul care îl leagă cu peretele este nedeformat. $E_i = \frac{k_i x_i^2}{2} = \frac{k_i \Delta \ell_i^2}{2} + \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{m_i v_{i\max}^2}{2}$ cu $i = 1, 2, 3$	1p	2,5p
$\frac{k_1 x_1^2}{2} = \frac{m_1 v_{1\max}^2}{2} \Rightarrow v_{1\max} = x_1 \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} = \sqrt{\frac{2Lk_1 k_3}{m_1(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$\frac{k_2 x_2^2}{2} = \frac{m_2 v_{2\max}^2}{2} \Rightarrow v_{2\max} = x_2 \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} = \sqrt{\frac{2Lk_2 k_3}{m_2(k_1 + k_2)(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
$\frac{k_3 x_3^2}{2} = \frac{m_3 v_{3\max}^2}{2} \Rightarrow v_{3\max} = x_3 \sqrt{\frac{k_3}{m_3}} = \sqrt{\frac{2L(k_1 + k_2)}{m_3(k_1 + k_2 + k_3)}}$	0,5p	
d) Notăm cu α unghiul pe care îl face forța de tracțiune și implicit forța elastică cu orizontala. La deplasare cu viteză constantă și $N > 0$: $F_{ex} = F_f \Rightarrow F_e \cos \alpha = \mu(m_1 g - F_e \sin \alpha) \Rightarrow F_e = \frac{\mu m_1 g}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$	1p	2,5p
Folosim notația $\mu = \tan \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}$, $\varphi =$ unghi de frecare și obținem $F_e = \frac{\mu m_1 g \cos \varphi}{\cos \alpha \cos \varphi + \sin \alpha \sin \varphi} = \frac{m_1 g \sin \varphi}{\cos(\alpha - \varphi)}$	0,5p	
Forța cu care se trage de capătul liber al resortului este minimă, implicit și forța elastică este minimă, atunci când $\cos(\alpha - \varphi) = 1 \Rightarrow F_{e\min} = m_1 g \sin \varphi$ (observație $N > 0$!)	0,5p	
$\tan^2 \varphi = \frac{\sin^2 \varphi}{\cos^2 \varphi} = \frac{\sin^2 \varphi}{1 - \sin^2 \varphi} \Rightarrow \sin^2 \varphi = \frac{\tan^2 \varphi}{1 + \tan^2 \varphi} = \frac{\mu^2}{1 + \mu^2}$ $F_{e\min}^2 = \frac{m_1^2 g^2 \mu^2}{1 + \mu^2} = k_1^2 x_{01}^2 \Rightarrow \mu = \frac{k_1 x_{01}}{\sqrt{m_1^2 g^2 - k_1^2 x_{01}^2}}$	0,5p	
Oficiu		1p

Barem propus de:

prof. Florina Bărbulescu, CNPEE București

prof. Gabriela Alexandru, Colegiul Național "Grigore Moisil" București

prof. Florin Butușină, Colegiul Național "Simion Bărnuțiu" Șimleu Silvaniei

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

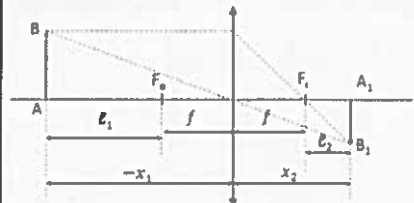
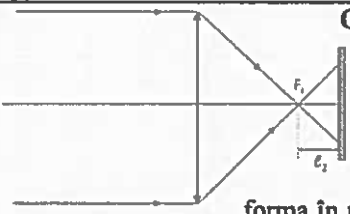
**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 1 din 10

Problema 1

(10 puncte)

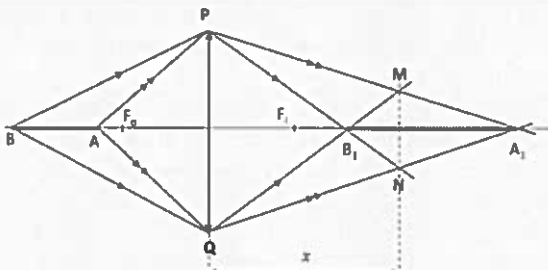
1.A. (4 p)	Parțial	Punctaj
 a. $l_1 = -x_1 - f$, $l_2 = x_2 - f$	1p	
b. $\frac{1}{l_2 + f} + \frac{1}{l_1 + f} = \frac{1}{f}$, $f^2 = l_1 l_2$	0,4p 0,6p	
c. $f = \sqrt{l_1 l_2}$, $f = 60$ cm $L = -x_1 + x_2$, $L = 2f + l_1 + l_2$ $L = 250$ cm	0,2p 0,3p 0,3p 0,2p	
d. $\beta = \frac{h_2}{h_1} = -\frac{l_2 + f}{l_1 + f}$ $f^2 = l_1 l_2$ $L = 2f + l_1 + l_2$	0,2p	
$l_1^2 + l_1(2f - L) + f^2 = 0$, $l_1 = \frac{L - 2f \pm \sqrt{L^2 - 4fL}}{2}$ $l_1 = 40$ cm, $l_2 = 90$ cm, $h_2 = -18$ cm, $l'_1 = 90$ cm, $l'_2 = 40$ cm, $h'_2 = -8$ cm	0,4p 0,2p 0,2p	
1.B. (3p)		
e.  Observație pentru evaluatori*: Pata de pe imagine se numește <i>pată/disc de confuzie</i>. Dacă se reglează obiectivul (se apropie lentila de ochi), atunci imaginea obiectului luminos îndepărtat (de la infinit) va fi un punct luminos pe imagine și acesta se va forma în planul focal imagine. În cazul din fotografia dată, planul imagine este în spatele planului focal imagine, așa încât, pata de confuzie este tocmai imaginea unui obiect aflat la infinit, cu înălțimea egală cu diametrul lentilei obiectiv.	1p	
f. $\tan \alpha = \frac{d}{2l_2}$, $\tan \alpha = \frac{d}{2f}$	0,8p	
$l_2 = \frac{fd}{D}$	0,2p	
g. $\left \frac{h_2}{h_1} \right = \frac{l_2 + f}{l_1 + f}$ $f^2 = l_1 l_2$ $l_1 = \frac{fD}{d}$ $\left \frac{h_2}{h_1} \right = \frac{d}{D}$ $D = d \left \frac{h_1}{h_2} \right$ $D \approx 0,9$ cm	0,2p 0,6p 0,2p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 2 din 10

1.C. (2p)		
h.		
		
$\Delta MNA_1 \sim \Delta PQA_1, \frac{MN}{PQ} = \frac{x_{2A}-x}{x_{2A}}$		0,3p
$\Delta MNB_1 \sim \Delta PQB_1, \frac{MN}{PQ} = \frac{x-x_{2B}}{x_{2B}}$		0,3p
$x = 2 \frac{x_{1A}x_{1B}}{2x_{1A}x_{1B} + f(x_{1A}+x_{1B})} f$		0,7p
$x = 5,6 \text{ cm}$		0,2p
g. $MN = PQ \frac{x_{2A}-x}{x_{2A}}$		0,2p
$MN = 1,2 \text{ cm}$		0,3p
Oficiu		1

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 3 din 10

Problema 2

(10 puncte)

	Parțial	Punctaj
a.) $m_m \cdot c_a \cdot (t_f - t_1) = m_d \cdot c_a \cdot (t_2 - t_f)$	0,3	1
$t_f = \frac{t_2 + t_1}{2}$	0,4	
$t_f = 50^\circ\text{C}$	0,3	
b.) b.1. $m_m \cdot c_a \cdot (t_{f1} - t_1) = \frac{m_d}{3} \cdot c_a \cdot (t_2 - t_{f1})$	0,3	2
$t_{f1} = \frac{\frac{t_2}{3} + t_1}{4} = 25^\circ\text{C}$	0,3	
$m_m \cdot c_a \cdot (t_{f2} - t_{f1}) = \frac{m_d}{3} \cdot c_a \cdot (t_2 - t_{f2})$	0,3	
$t_{f2} = \frac{t_2 + 3t_{f1}}{4} = 43,75^\circ\text{C}$	0,3	
$m_m \cdot c_a \cdot (t_{f3} - t_{f2}) = \frac{m_d}{3} \cdot c_a \cdot (t_2 - t_{f3})$	0,3	
$t_{f3} = \frac{t_2 + 3t_{f2}}{4} = 57,8125^\circ\text{C} \approx 58^\circ\text{C} > t_f$ de la subpunctul a.)	0,5	
b.2. <i>Varianta rezolvare 1:</i> Să împărțim apa distilată în n părți egale		2
$m_m \cdot c_a \cdot (t_{f1} - t_1) = \frac{m_d}{n} \cdot c_a \cdot (t_2 - t_{f1})$	0,3	
$t_{f1} = \frac{t_2 + nt_1}{n+1}$	0,3	
$t_{f2} = \frac{t_2 + nt_{f1}}{n+1} = \frac{(2n+1)t_2 + n^2t_1}{(n+1)^2}$	0,4	
$t_{fn} = \left[1 - \left(\frac{n}{n+1}\right)^n\right] t_2 + \left(\frac{n}{n+1}\right)^n t_1$	0,4	
Pentru $n=5$ $t_{f5} = 59,81^\circ\text{C} < 60^\circ\text{C}$	0,3	
Pentru $n=6$ $t_{f6} = 60,32^\circ\text{C} > 60^\circ\text{C}$ Deci numărul minim pentru care temperatura finală este mai mare de 60 C este 6.	0,3	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

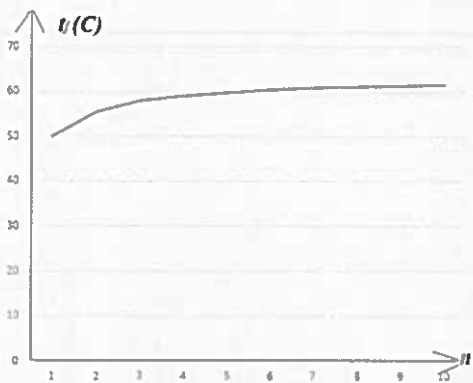
Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică

19 martie 2022

Barem de evaluare și de notare

X

Pagina 4 din 10

c. Cel puțin 7 valori diferite, pentru n și t_f . Câte 0,2 puncte fiecare pereche de valori		1,2	4																						
<table border="1"> <thead> <tr> <th>n</th> <th>t_f</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>50</td></tr> <tr><td>2</td><td>55.55</td></tr> <tr><td>3</td><td>57.81</td></tr> <tr><td>4</td><td>59</td></tr> <tr><td>5</td><td>59.81</td></tr> <tr><td>6</td><td>60.32</td></tr> <tr><td>7</td><td>60.73</td></tr> <tr><td>8</td><td>61.02</td></tr> <tr><td>9</td><td>61.25</td></tr> <tr><td>10</td><td>61.44</td></tr> </tbody> </table>		n		t_f	1	50	2	55.55	3	57.81	4	59	5	59.81	6	60.32	7	60.73	8	61.02	9	61.25	10	61.44	
n	t_f																								
1	50																								
2	55.55																								
3	57.81																								
4	59																								
5	59.81																								
6	60.32																								
7	60.73																								
8	61.02																								
9	61.25																								
10	61.44																								
		0,3																							
Reprezentarea grafică: Notarea coordonatelor cu mărimea fizică și unitatea de măsură corespunzătoare. Marcarea axelor cu valorile de temperatură echidistante Marcarea punctelor corespunzătoare valorilor din tabelul de mai sus, minim 7 puncte. 0,2x7 puncte Trasarea curbei prin punctele marcate pe grafic		0,3																							
		1,4																							
		0,4																							
Concluzie: valoarea temperaturii finale tinde către o valoare finită (acesta fiind în vecinătatea a 63°C). Notă pentru profesorii evaluatori*: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^n = \frac{1}{e}$, adică temperatura limită este $t_f = 63,212 \dots ^\circ\text{C}$!		0,4																							
Oficiu			1																						
Punctaj total			10																						

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 5 din 10

Problema 3

(10 puncte)

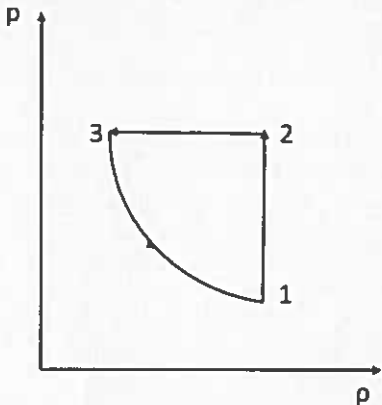
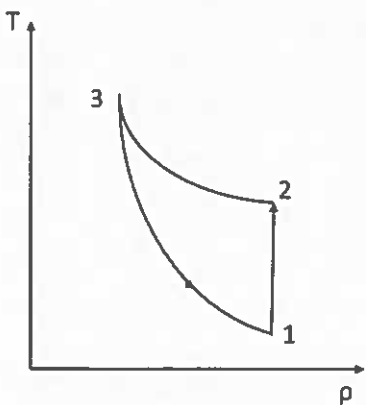
	Parțial 4,5 pet	Punctaj
3.1		
a)	1,25 pet	
Transformarea 1-2 este izocoră: $\frac{p_2}{T_2} = \frac{p_1}{T_1}$	0,25	
Transformarea 2-3 este izobară: $\frac{V_3}{T_3} = \frac{V_1}{T_2}$	0,25	
Transformarea liniară de la 1 la 3 poate fi scrisă ca: $p = cV$, unde c este o constantă, deci $\frac{p}{V} = c$. În acest caz putem scrie : $\frac{p_1}{V_1} = \frac{p_2}{V_3}$	0,25	
Se obține relația: $T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$	0,25	
Valoarea temperaturii în starea 3 este $T_3 = 450 \text{ K}$	0,25	
b)	1,75 pet	
Ecuația de stare $pV = \nu RT$ se poate scrie: $p = \frac{R}{\mu} \rho T$.	0,25	
- În coordonate (p, p) : -transformarea 1-2 este izocoră, deci și $p = \frac{M}{V}$ este constantă iar presiunea crește;	0,25	
- transformarea 2-3 este o izobară în care volumul crește, deci densitatea scade;	0,25	
- transformarea 3-1 este descrisă de ecuația $p = cV = \frac{b}{\rho}$, unde b este o constantă.	0,25	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 6 din 10

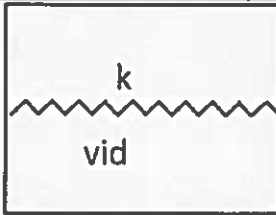
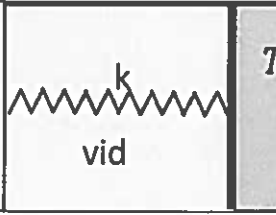
Reprezentarea grafică este următoarea: 	0,75	
c)	1,50 pct	
În coordonate (T, p) :		
- transformarea 1-2 este izocoră, deci și $p = \frac{M}{V}$ este constantă iar presiunea crește;	0,25	
- transformarea 2-3 este izobară, deci produsul Tp este constant;	0,25	
transformarea 3-1 este descrisă de ecuația $p = cV = \frac{b}{\rho}$ unde $p = \frac{R}{\mu} \rho T$. Se obține că produsul $T\rho^2$ este constant.	0,25	
Reprezentarea grafică este următoarea: 	0,75	
3.2	2,25 pct	
a)	1,75	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 7 din 10

<i>În starea inițială:</i> $p_1 V_1 = \nu R T_1$		T_1, V_1 gaz	0,25
<i>În starea finală:</i> $p_2 V_2 = \nu R T_2$		T_2, V_2 gaz	0,25
<i>Energia internă a gazului din starea inițială U_1 se regăsește sub formă de energie internă a gazului în starea finală U_2 și energia potențială elastică înmagazinată în resort $\frac{1}{2} k x^2$, unde x este comprimarea resortului.</i> <i>Scriem legea de conservare a energiei:</i> $U_1 = U_2 + \frac{k x^2}{2}$			0,25
<i>Rezultă:</i> $\Delta U = U_2 - U_1 = -\frac{k x^2}{2}$ $\nu C_V (T_2 - T_1) = -\frac{k x^2}{2}$			0,25
<i>Condiția de echilibru pentru piston este: $kx = p_2 S$, deci:</i> $k x^2 = p_2 S x = p_2 (V_2 - V_1)$			0,25
<i>Obținem:</i> $\nu C_V (T_2 - T_1) = -\frac{1}{2} p_2 V_2 + \frac{1}{2} p_2 V_1 \text{ sau}$ $C_V (T_2 - T_1) = -\frac{1}{2} R T_2 + \frac{1}{2} \frac{R T_2}{V_2} V_1$			0,25
<i>În final se găsește:</i> $T_2 = \frac{C_V T_1}{C_V + \frac{R}{2} - \frac{R}{2} \frac{V_1}{V_2}}$			0,25
b)			0,50
$C_V = \frac{-\frac{1}{2} R T_2 + \frac{1}{2} \frac{R T_2}{V_2} V_1}{T_2 - T_1} \left(= \frac{R}{2} \cdot \frac{1 - \frac{V_1}{V_2}}{\frac{T_1}{T_2} - 1} \right)$			0,25
<i>Numeric: $C_V = \frac{3}{2} R$, deci $\gamma = 5/3$ (gaz monoatomic).</i>			0,25

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 8 din 10

3.3	2,25 pct	
Analizăm procesul la momentul în care presiunea gazului din vasul B este p_1 . O cantitate foarte mică de gaz Δv trece din cilindrul A, prin dopul poros, în vasul B. Lucrul mecanic efectuat este $L = p\Delta V$.	0,25	
Acesta este consumat pentru trecerea gazului prin dop $L_1 = (p - p_1)\Delta V_1$	0,25	
și pentru variația energiei interne a acestuia $\Delta U = \Delta v C_V (T_1 - T)$.	0,25	
Putem scrie relațiile: $p\Delta V = \Delta v C_V (T_1 - T) + (p - p_1)\Delta V_1$ $p\Delta V = \Delta v RT$ și $p_1\Delta V_1 = \Delta v RT_1$	0,75	
Se obține: $\Delta v RT = \Delta v C_V (T_1 - T) + (p - p_1) \frac{\Delta v RT_1}{p_1}$	0,25	
Și în final: $T_1 = \frac{R + C_V}{C_V + R \frac{p}{p_1} - R} T$	0,25	
Procesul încetează atunci când $p_1 = p$. deci: $T_{final} = \frac{C_p}{C_V} T = \gamma T$.	0,25	
Notă pentru profesorii evaluatori*. Soluții alternative: Soluția 2: (masa de gaz introdusă în vasul B este sistemul termodinamic) Volumul de gaz V intră în vasul B ca urmare a efectuării asupra sa a lucrului mecanic $L = -pV.$ Ecuția Clapeyron-Mendeleev scrisă în starea inițială a volumul de gaz care urmează să treacă prin dop este $pV = \nu RT.$ Variația energiei sale interne este $\Delta U = \nu C_V (T_f - T),$ unde, exponentul adiabatic este $\gamma = \frac{C_p}{C_V},$ sau, folosind relația lui Mayer		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 9 din 10

rezultă $C_p = C_v + R,$ $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}.$ Principiul I al Termodinamicii se scrie ($Q = 0$): $\Delta U + L = 0.$ Din aceste relații rezultă: $T_f = \gamma T.$ Soluția 3: (volumul vasului B este volumul de control): Energia totală a gazului din vasul B crește în timpul procesului ca urmare a introducerii de gaz. Întrucât vasul este izolat adiabatic, iar gazul nu efectuează lucru mecanic asupra niciunui corp din exterior, atunci energia sa totală este energia sa internă. Într-un interval scurt de timp Δt din timpul procesului, presupunem că în vasul B intră Δv moli de gaz care se afla în tub, în fața dopului. Volumul acestei cantități de gaz, înainte de a trece prin dop este: $\Delta V = S \Delta x,$ unde S este aria secțiunii transversale a tubului de legătură. Gazul trece prin dop ca urmare a împingerii sale prin dop de către forța de presiune $F = pS.$ Aceasta efectuează lucrul mecanic asupra cantității de gaz $L = F \cdot \Delta x.$ Prin urmare: $L = pS \Delta x = p \Delta V.$ Utilizând ecuația Capecyron-Mendeleev $p \Delta V = \Delta v RT,$ în fine, lucrul se scrie: $L = \Delta v RT,$ Energia internă a cantității de gaz Δv care urmează să treacă prin dop este: $\Delta v C_v T,$ unde C_v poate fi exprimat folosind definiția exponentului Poisson $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ și relația lui Rober Mayer:		
--	--	--

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

X

Pagina 10 din 10

$C_p = C_v + R.$ Din aceste relații rezultă $C_v = \frac{R}{\gamma - 1}.$ Prin urmare, creșterea energiei interne a gazului din vasul B, după introducerea unei cantități Δv de gaz este $\Delta U = \frac{\Delta v RT}{\gamma - 1} + \Delta v RT = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \Delta v RT.$ Scriind această relație între stările inițială și finală, se obține $U_f - U_i = \frac{\gamma}{\gamma - 1} (v_f - v_i) RT,$ sau, ținând cont că $v_i = 0,$ $U_i = 0$ și că $U_f = v_f C_v T_f = \frac{v_f RT_f}{\gamma - 1},$ atunci $T_f = \gamma T.$		
Oficiu		1

Barem propus de:

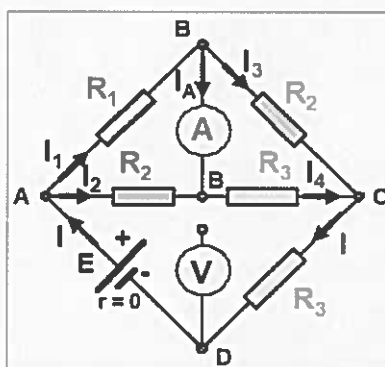
prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București
prof. VÖRÖS Alpár István Vita, Liceul Teoretic "Apáczai Csere János", Cluj-Napoca
prof. Viorel SOLSCHI, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare

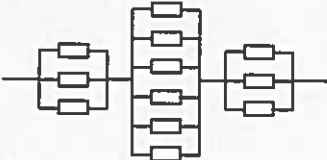
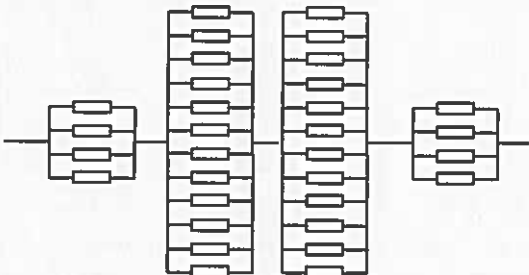
* Observațiile, notele și soluțiile alternative, însușite de propunători, aparțin dlui conf. univ. dr. Sebastian Popescu.

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

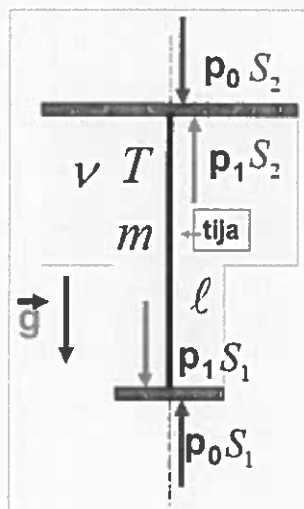
BAREM DE CORECTARE → Clasa a XI-a

Subiect 1 – ELECTROCINETICĂ	Parțial	Punctaj
Barem Subiect 1		10
Subiectul 1 A. a)	3	
Voltmetrul fiind ideal el nu influențează starea electrică a circuitului și în acest caz putem să-l deconectăm din circuit ca în schema electrică următoare: Însă deși curentul electric ce trece prin voltmetrul ideal este nul $I_V \rightarrow 0$, și $R_V \rightarrow +\infty$ conform legii lui Ohm pentru o porțiune de circuit tensiunea indicată de voltmetrul ideal conectat în circuit este diferită de zero; $U_V = I_V \cdot R_V = \text{finit}$. Notăm cu I, intensitatea curentului electric debitat de sursa electrică ideală, cu I_1 intensitatea curentului prin rezistorul R_1, cu I_2 intensitatea curentului prin rezistorul R_2 prin latura AB, I_A intensitatea curentului prin ampermetrul ideal, ș.a.m.d, (vezi schema electrică de mai sus), Tensiunea electrică indicată de voltmetrul ideal va fi: $U_V = U_{BD} = U_{BC} + U_{CD}$ (1) Aplicând prima lege a lui Kirchhoff în nodurile electrice A, B și respectiv C, și ținem cont că tensiunea electrică la bornele ampermetrului ideal este nulă, obținem: ➤ Nodul A ; $I = I_1 + I_2$ ➤ Nodul B (superior!) : $I_1 = I_A + I_3$ ➤ Nodul C ; $I = I_3 + I_4$ iar din legea lui Ohm pentru o porțiune de circuit : $I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 = U_{AB}$, $I_4 \cdot R_3 = I_3 \cdot R_2 = U_{BC}$. Înlocuim cu valorile numerice găsim: $I_1 = 2 \cdot I_2$; $2 \cdot I_3 = 3 \cdot I_4$; $I_1 = \frac{2 \cdot I}{3}$; $I_2 = \frac{I}{3}$; $I_3 = \frac{3 \cdot I}{5}$; $I_4 = \frac{2 \cdot I}{5}$; $I_A = I_1 - I_3 = \frac{I}{15} = 2A$. Obținem; $I = 30A$. Obținem în final tensiunea electrică indicată de voltmetrul $U_V = U_{BD} = U_{BC} + U_{CD} = I_4 \cdot R_3 + I \cdot R_3 = R_3(I_4 + I) = I_A = 126V$.	0,25 0,25 0,50 0,50 0,50 0,50 0,50	3



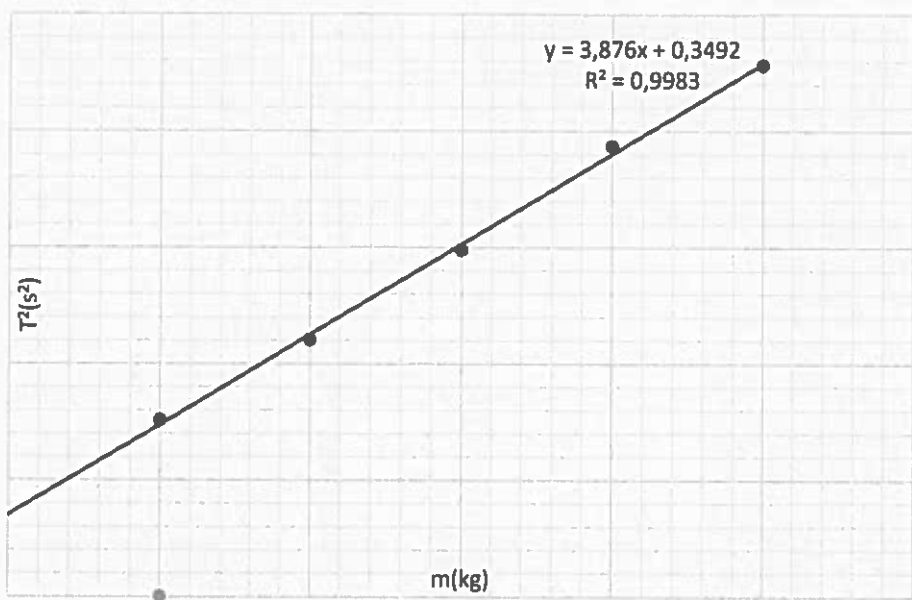
Subiectul 1 A. b)	3	
Pentru „cub unidimensional”: $R_e = R = 1 \Omega$	0,25	3
Pentru „cub bidimensional”: $R_e = R = 1 \Omega$	0,25	
Pentru „cub tridimensional”, circuitul echivalent (având în vedere punctele echipotențiale) este:  $R_e = \frac{5}{6} R = 0,888 \Omega$	0,75	
Pentru „cub cvadridimensional”, circuitul echivalent (având în vedere punctele echipotențiale):  $R_e = \frac{2}{3} R = 0,666 \Omega$	0,75	
Notând cu n dimensiunea cubului, numărul rezistorilor din rețeaua electrică este $n \cdot 2^{n-1}$. Numărul rezistorilor legați la punctele terminale (A și B) este egal cu n , deci prima și ultima grupare în paralel conține n rezistoare. Identificând punctele echipotențiale găsim că numărul grupărilor în serie coincide cu n . Numărul rezistorilor din grupările în paralel se poate determina cu relația $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ unde k este numărul de ordine al grupării în paralel dintre două puncte echipotențiale consecutive din rețeaua electrică. Rezistența circuitului echivalent este: $R_e = \frac{R}{C_n^1} + \frac{R}{2C_n^2} + \frac{R}{3C_n^3} + \dots + \frac{R}{nC_n^n}$	1	

Subiectul 1 B.	3	
Condiția de echilibru al pistonului este: $p_0 \cdot S_2 + p_1 \cdot S_1 + m \cdot g = p_1 \cdot S_2 + p_0 \cdot S_1;$ $p_0 \cdot (S_2 - S_1) + m \cdot g = p_1 \cdot (S_2 - S_1);$ $p_1 = p_0 + \frac{m \cdot g}{(S_2 - S_1)} \dots\dots\dots$ Forța de revenire spre poziția de echilibru a sistemului fizic este: $F_{\text{revenire}} = \Delta p \cdot (S_2 - S_1)$ a.) Din legea transformării izoterme (legea Boyle – Mariotte) avem: $p \cdot V = \text{const.}$ și prin diferențiere obținem: $p \cdot \Delta V + V \cdot \Delta p = 0 . \text{ Rezultă } \frac{\Delta p}{\Delta V} = -\frac{p}{V} .$ $\Delta p = \left -\frac{p}{V} \cdot \Delta V \right = \frac{p}{V} \cdot \Delta V = \frac{p_1}{V_1} (S_2 - S_1) \cdot x .$ $\Delta p = \frac{p_1^2}{\nu R T} (S_2 - S_1) \cdot x ;$ $F_{\text{revenire}} = \frac{p_1^2}{\nu R T} (S_2 - S_1)^2 \cdot x . \dots\dots\dots$ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = p_1 \cdot (S_2 - S_1) \sqrt{\frac{1}{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}} ; \dots\dots\dots$ $\omega = \frac{p_0 (S_2 - S_1) + m \cdot g}{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}} ; T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}}{m \cdot g + p_0 \cdot (S_2 - S_1)} . \dots\dots\dots$ b.) Din legea transformării adiabactice (legea Poisson) avem: $p \cdot V^\gamma = \text{const.} \text{ și prin diferențiere obținem:}$ $\Delta p \cdot V^\gamma + p \cdot \gamma \cdot V^{\gamma-1} \cdot \Delta V = 0 . \text{ Rezultă } \frac{\Delta p}{\Delta V} = -\gamma \frac{p}{V}$ $\Delta p = \left -\gamma \frac{p}{V} \cdot \Delta V \right = \gamma \frac{p}{V} \cdot \Delta V = \gamma \frac{p_1}{V_1} (S_2 - S_1) \cdot x .$ $\Delta p = \gamma \cdot \frac{p_1^2}{\nu R T} (S_2 - S_1) \cdot x ;$ $F_{\text{revenire}} = \gamma \frac{p_1^2}{\nu R T} (S_2 - S_1)^2 \cdot x ; \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = p_1 \cdot (S_2 - S_1) \sqrt{\frac{\gamma}{m \cdot \nu \cdot R \cdot T}} ;$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \frac{\sqrt{m \cdot \nu \cdot R \cdot T / \gamma}}{m \cdot g + p_0 \cdot (S_2 - S_1)} . \dots\dots\dots$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,25 0,50 0,25 0,50	3
Oficiu Subiectul 1		1



Subiectul 2		10
Subiectul 2 A. – Sisteme oscilante simple		5
a) Pentru o deformare radială a inelului cu $x = R - R_0$, energia potențială elastică este: $E_p = \frac{1}{2} k (2\pi x)^2 = \frac{1}{2} \underbrace{(2\pi)^2 k}_{k_e} x^2$ Constanta elastică echivalentă este: $k_e = (2\pi)^2 k$ Energia cinetică este: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ în care $v = \frac{dx}{dt}$. Rezultă: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_e}}$ Perioada de oscilație este: $T = \sqrt{\frac{m}{k}}$ Din conservarea energiei de oscilație, se obține: $\frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} k_e \left(\frac{R_{max} - R_{min}}{2} \right)^2$ Se obține: $v_{max} = \pi (R_{max} - R_{min}) \sqrt{\frac{k}{m}}$	0,25 0,50 0,25 0,25 0,50 0,25	2
b) Pentru o deplasare x (mică) a bilei, energia potențială elastică a sistemului este: $E_p = \frac{1}{2} k_1 \left(\frac{x}{3} \right)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left(\frac{2x}{3} \right)^2 = \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{k_1}{9} + \frac{4k_2}{9} \right)}_{k_e} x^2$ Energia cinetică este: $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ în care $v = \frac{dx}{dt}$. Rezultă: $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_e}}$ Perioada de oscilație este: $T = 6\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + 4k_2}}$	1 0,50 0,50	
Subiectul 2. B. – Oscilații compuse		4
a) Corpul fiind oscilator armonic, legile de mișcare și ale vitezelor sunt: $\begin{cases} x = A_x \sin(\omega t + \varphi_{0x}) \\ y = A_y \sin(2\omega t + \varphi_{0y}) \end{cases}; \begin{cases} v_x = \omega A_x \cos(\omega t + \varphi_{0x}) \\ v_y = 2\omega A_y \cos(2\omega t + \varphi_{0y}) \end{cases}$	0,50	2
Din condițiile de la momentul $t = 0$ pentru coordonate și viteze, rezultă: $\begin{cases} x = 2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \\ y = 2,5 \sin(2\omega t) \text{ (cm)} \end{cases}$	0,50	
Cunoscând valoarea vitezei la momentul $t = 0$, se obține:	0,50	

$\omega = \frac{v_0}{2A_y} = 2 \text{ s}^{-1}$		
Legile de mișcare pe direcțiile axelor sunt: $\begin{cases} x = 2 \sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)} \\ y = 2,5 \sin(4t) \text{ (cm)} \end{cases}$	0,50	
b) Energia cinetică este: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ în care $v^2 = v_x^2 + v_y^2$	0,25	2
Notând $z = (\sin(2t))^2$, se obține: $v^2 = 400z^2 - 384z + 100$	0,25	
Valoarea minimă a funcției este pentru $z = \frac{384}{800}$, fiind: $v_{min}^2 = 7,84 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2$	0,25	
Valoarea maximă, v_{max}^2 , se obține comparând valorile pentru limitele intervalului de valori posibile pentru z (0 și 1). Valoarea cea mai mare se obține pentru $z = 1$, și anume: $v_{max}^2 = 116 \left(\frac{\text{cm}}{\text{s}}\right)^2$	0,50	
Rezultă: $E_c \in [3,92 \cdot 10^{-7}; 58 \cdot 10^{-7} \text{ J}]$	0,25	
Conform textului problemei: $E_{pmin} = 0$. Din conservarea energiei mecanice rezultă: $E_{pmax} = E_{cmax} - E_{cmin} = 54,08 \cdot 10^{-7} \text{ J}$.	0,25	
Rezultă: $E_p \in [0; 54,08 \cdot 10^{-7} \text{ J}]$	0,25	
Oficiu Subiectul 2		1

Subiect 3 - OSCILAȚII MECANICE			10				
Subiectul 3. A.		Parțial	3,5				
a) Tabelul de valori necesar reprezentării grafice		0,50					
m (kg)	0,1			0,2	0,3	0,4	0,5
Δt (s)	8,7			10,5	12,2	13,9	15,1
T (s)	0,87			1,05	1,22	1,39	1,51
T^2 (s ²)	0,7569	1,1025	1,4884	1,9321	2,2801		
Reprezentarea grafică $T^2(m)$		1	2,5				
							
Din expresia perioadei, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m+m_{ef}}{k}}$ rezultă $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m + \frac{4\pi^2 m_{ef}}{k}$, de unde se identifică panta dreptei, $\frac{4\pi^2}{k}$.							
Din grafic se calculează panta dreptei: 3,86 s ² /kg. Se acceptă valori cuprinse între 3,8 și 3,9 s ² /kg. Astfel se obține $k = 10,2$ N/m. Se acceptă valori cuprinse între 10,1 și 10,4 N/m.							
b) Din grafic se citește ordonata punctului de intersecție cu axa verticală, 0,35 s ² , care reprezintă termenul liber din funcția $T^2(m)$, adică $\frac{4\pi^2 m_{ef}}{k}$.		0,50	1				
Astfel se determină masa efectivă, $m_{ef} = 0,09$ kg, iar ponderea $m_{ef}/m_r = 0,36 = 36\%$.		0,50					
Observație: Pentru rezultate care diferă cu cel mult 1% față de limitele sau valorile menționate mai sus, se acordă jumătate din punctajul aferent aceluia rezultat.							
Subiectul 3. B.		Parțial	5,50				
a) Cea mai mare accelerație descendentă, posibilă, a bilei, este g. Când accelerația descendentă a tăvii depășește g, bila se desprinde de tavă.		1	2,50				

Din momentul eliberării sistemului, acesta descrie o mișcare rectilinie, oscilatorie, armonică. Forța rezultantă, care acționează asupra ansamblului format din tavă și bilă, are modulul $F = k \cdot d$, unde d reprezintă distanța dintre poziția de echilibru și poziția momentană a ansamblului.	0,50	
Accelerația mișcării este $a = \frac{F}{m_t} = \frac{k \cdot d}{m_t}$, unde m_t este masa totală a tăvii și bilei. Condiția de desprindere este $\frac{k \cdot d}{m_t} = g$. Rezultă $d = \frac{m_t \cdot g}{k}$, $d = 0,094 \text{ m} = 9,4 \text{ cm}$. Înălțimea punctului de desprindere, față de punctul A, este $h = D + d = (15 + 9,4) \text{ cm} = 24,4 \text{ cm}$.	1	
b) Considerăm axa Oy, verticală, orientată în sus, cu originea în dreptul poziției de echilibru al ansamblului tavă-bilă. Legea mișcării este $y = D \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_t}} = 10,2 \text{ rad/s}$	1	3
Punem condiția $y(t_1) = d = 9,4 \text{ cm}$. Astfel se obține $t_1 = 0,22 \text{ s}$.	0,50	
c) Utilizând legea conservării energiei mecanice, între starea inițială și cea în care se produce separarea, se poate scrie relația $\frac{1}{2} k D^2 = \frac{1}{2} k d^2 + \frac{1}{2} m_t v_1^2,$	1	
din care se obține: $v_1 = \sqrt{\frac{k(D^2 - d^2)}{m_t}} = 1,19 \text{ m/s}$.	0,50	
Oficiu Subiectul 3		1

Barem propus de:

prof. Liviu ROTARU, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare;
prof. Ervin Zoltán FALUVÉGI, I.Ș.J. Sălaj;
prof. Dumitru ANTONIE, Liceul Tehnologic Nr. 2, Târgu Jiu;
prof. Cezar GHERGU, Colegiul Național „Neagoe Basarab”, Oltenița;
prof. Dorel HARALAMB, Colegiul Național „Petru Rareș”, Piatra Neamț.

Problema 1. „Cutii negre” ... în curent alternativ

(10 puncte)

Barem Problema 1								Parțial	Punctaj	
a.	a.1. Tabelul 1.1.R conține valorile corespunzătoare: • fiecărui element de circuit din cutiile CN1 și CN2 • frecvenței generatorului • reactanțelor inductivă și capacitivă, X_L și X_C • impedanțelor cutiilor CN1 și CN2, Z_{CN1} și Z_{CN2}							1,50	3	
	Tabelul 1.1.R									
	R / Ω	L / mH	$C / \mu\text{F}$	ν / Hz	X_L / Ω	X_C / Ω	Z_{CN1} / Ω			Z_{CN2} / Ω
	10	60	200	40	15,07	19,90	11,11			9,87
				42	15,83	18,96	10,48			9,95
				44	16,58	18,09	10,11			9,99
				46	17,33	17,31	10,00			10,00
				48	18,09	16,59	10,11			9,99
				50	18,84	15,92	10,42			9,95
				52	19,59	15,31	10,88			9,90
54				20,35	14,74	11,46	9,83			
<u>Precizare:</u> Punctajele pentru valorile numerice ale mărimilor fizice din Tabelul 1.1.R sunt: • frecvența de la 40,00 Hz la 54,00 Hz, cu pasul 2,00 Hz: <u>0,20 puncte</u> • reactanța inductivă: <u>0,25 puncte</u> • reactanța capacitivă: <u>0,25 puncte</u> • impedanța cutiei CN1: <u>0,40 puncte</u> • impedanța cutiei CN2: <u>0,40 puncte</u>										
Graficele impedanțelor cutiilor CN1 și CN2 în funcție de frecvență sunt reprezentate în Figura 1.1.R. <u>Precizare:</u> Punctajele pentru graficele din Figura 1.1.R: • impedanța cutiei CN1 în funcție de frecvență: <u>0,75 puncte</u> • impedanța cutiei CN2 în funcție de frecvență: <u>0,75 puncte</u>							1,50			

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

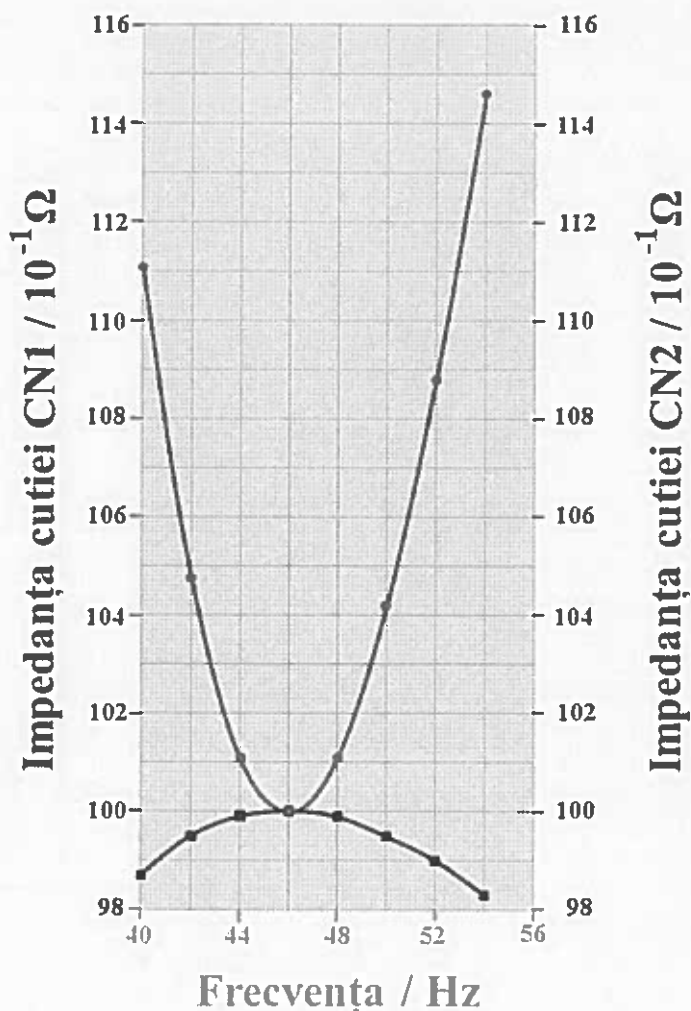


Figura 1.1.R

b.	b1. Dacă se produce un scurtcircuit la instalația de iluminat, atunci puterea absorbită de cutia CN3 este: $P_{CN3SC} = UI_{SC} \cos \varphi$	0,25	3
	unde: $I_{SC} = \frac{U}{\sqrt{R_l^2 + (2\pi\nu L)^2}}$	0,20	
	și $\cos \varphi = \frac{R_l}{\sqrt{R_l^2 + (2\pi\nu L)^2}}$	0,20	
	Obținem: $P_{CN3SC} = \frac{U^2 R_l}{R_l^2 + (2\pi\nu L)^2}$	0,20	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

Pagina 3 din 14

	Înainte de scurtcircuit: $U^2 = (U' + R_1 I)^2 + (2\pi \nu L I)^2$	0,20	
	Rezistența electrică a rezistorului din cutia CN3 este: $R_1 = \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (2\pi \nu L)^2} - \frac{U'}{I}$	0,20	
	Deci: $P_{CN3SC} = \frac{U^2 \left[\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (2\pi \nu L)^2} - \frac{U'}{I} \right]}{\left[\sqrt{\frac{U^2}{I^2} - (2\pi \nu L)^2} - \frac{U'}{I} \right]^2 + (2\pi \nu L)^2}$	0,25	
	Rezultă: $P_{CN3SC} = 897,73 \text{ W}; P_{CN3SC} = 898 \text{ W}$	0,25	
	b.2. Puterea disipată în instalația de iluminat este: $P = R_{\text{paralel}} I^2$	0,25	
	unde: $I = \frac{U}{\sqrt{(R_{\text{paralel}} + R_1)^2 + (2\pi \nu L)^2}}$	0,25	
	Puterea disipată în instalația de iluminat este maximă dacă: $\frac{dP}{dR_{\text{paralel}}} = 0 \Leftrightarrow \frac{d}{dR_{\text{paralel}}} \left[\frac{R_{\text{paralel}} U^2}{(R_{\text{paralel}} + R_1)^2 + (2\pi \nu L)^2} \right] = 0$	0,25	
	În urma efectuării calculelor obținem: $R_{\text{paralel}} = \sqrt{R_1^2 + (2\pi \nu L)^2}$	0,25	
	Rezultă: $R_{\text{paralel}} = 51,33 \Omega; R_{\text{paralel}} = 51 \Omega$	0,25	
	c.1. Deoarece $Z_{CN3} = Z_{CN4} = Z_{CN5} = Z$, iar rețeaua electrică este infinită: $\bar{Z}_{n+1} = \bar{Z} + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Z}_n}{\bar{Z} + \bar{Z}_n} = \bar{Z}_n$	0,10	3
c.	Impedanța rețelei infinite este: $\bar{Z}_e = \bar{Z}_n$	0,10	
	Deci: $\bar{Z}_e = \bar{Z} + \frac{\bar{Z} \cdot \bar{Z}_e}{\bar{Z} + \bar{Z}_e}$	0,10	
	Obținem ecuația: $\bar{Z}_e^2 - \bar{Z} \cdot \bar{Z}_e - \bar{Z}^2 = 0$	0,10	
	Soluția acceptată din punct de vedere fizic este: $\bar{Z}_e = \frac{(1 + \sqrt{5})\bar{Z}}{2}$	0,10	
	Pentru $\bar{Z}_e = 0$ ajungem la: $\bar{Z} = 0$	0,10	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

XII

Pagina 4 din 14

Deci:		
$j\left(2\pi\nu_0 L - \frac{1}{2\pi\nu_0 C}\right) = 0$	0,10	
În fiecare cutie avem un circuit serie LC .	0,10	
Frecvența generatorului este:	0,10	
$\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$		
Rezultă:	0,10	
$\nu_0 = 159,24 \text{ Hz}; \nu_0 = 159 \text{ Hz}$		
c2. În această situație:	0,10	
$\bar{V}_{P_1} = \bar{V}_{P_2} = \bar{V}_{P_3} = \dots = \bar{V}_{P_n} = 0$		
Pot fi scrise relațiile:	0,20	
$\bar{I} = \frac{\bar{V}_R - \bar{V}_{R'}}{\bar{Z}'_e} = \frac{\bar{V}_R - \bar{V}_{P_3}}{\bar{Z}_{CN3}} \Rightarrow \frac{\bar{V}_{P_3}}{\bar{V}_R} = 1 - \frac{\bar{Z}_{CN3}}{\bar{Z}'_e}$		
$\frac{\bar{V}_{P_3} - \bar{V}_{P_2}}{\bar{Z}'_e} = \frac{\bar{V}_{P_3} - \bar{V}_{P_3}}{\bar{Z}_{CN4}} \Rightarrow \frac{\bar{V}_{P_3}}{\bar{V}_R} = 1 - \frac{\bar{Z}_{CN4}}{\bar{Z}'_e}$	0,20	
Deoarece $\bar{Z}_{CN3} = \bar{Z}_{CN4}$, obținem:	0,10	
$\frac{\bar{V}_{P_3}}{\bar{V}_R} \cdot \frac{\bar{V}_R}{\bar{V}_{P_3}} = \left(1 - \frac{\bar{Z}_{CN3}}{\bar{Z}'_e}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{\bar{V}_{P_3}}{\bar{V}_R} = \left(1 - \frac{\bar{Z}_{CN3}}{\bar{Z}'_e}\right)^2$		
Se continuă raționamentul până ajungem la relația:	0,20	
$\frac{\bar{V}_{P_n}}{\bar{V}_R} = \left(1 - \frac{\bar{Z}_{CN3}}{\bar{Z}'_e}\right)^{n-1}$		
Dar $\bar{V}_{P_n} = \bar{V}_R$, rezultă:	0,10	
$\left(1 - \frac{\bar{Z}_{CN3}}{\bar{Z}'_e}\right)^{n-1} = 1$		
Impedanța rețelei infinite este:	0,20	
$\bar{Z}'_e = \bar{Z}_{CN3} + \frac{\bar{Z}_{CN5} \cdot \bar{Z}'_e}{\bar{Z}_{CN5} + \bar{Z}'_e}$		
Soluția acceptată din punct de vedere fizic este:	0,20	
$\bar{Z}'_e = \frac{\bar{Z}_{CN3} + \sqrt{\bar{Z}_{CN3}^2 + 4\bar{Z}_{CN3}\bar{Z}_{CN5}}}{2}$		
În continuare avem:	0,10	
$\left(\frac{-\bar{Z}_{CN3} + \sqrt{\bar{Z}_{CN3}^2 + 4\bar{Z}_{CN3}\bar{Z}_{CN5}}}{\bar{Z}_{CN3} + \sqrt{\bar{Z}_{CN3}^2 + 4\bar{Z}_{CN3}\bar{Z}_{CN5}}}\right)^{n-1} = 1$		

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

Pagina 5 din 14

Deoarece $\bar{Z}_{CN3} = j2\pi\nu L$ și $\bar{Z}_{CN5} = \frac{1}{j2\pi\nu C}$, obținem:		
$\left(\frac{-j2\pi\nu L + \sqrt{-(2\pi\nu L)^2 + 4\frac{L}{C}}}{j2\pi\nu L + \sqrt{-(2\pi\nu L)^2 + 4\frac{L}{C}}} \right)^{n-1} = 1$	0,20	
Deci: $\nu = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$	0,20	
Rezultă: $\nu = 318,47 \text{ Hz}; \nu = 318 \text{ Hz}$	0,20	
Oficiu		1

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 2. Interferența luminii ...

(10 puncte)

Barem Problema 2		Parțial	Punctaj
a.	Pentru lungimea de undă λ_1 maximul de ordinul k_1 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_1} = \frac{k_1 \lambda_1 d}{s}$	0,25	3
	Pentru lungimea de undă λ_2 maximul de ordinul k_2 se află față de maximul central la distanța: $x_{k_2} = \frac{k_2 \lambda_2 d}{s}$	0,25	
	Franjele luminoase coincid dacă: $x_{k_1} = x_{k_2}$	0,25	
	Deci: $k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$	0,25	
	Rezultă: $k_1 = k_2 = 0 \text{ (maxim central)}$	0,50	
	$k_1 = \pm 2 \text{ și } k_2 = \pm 3$	0,50	
	$\frac{2 \lambda_1 d}{s} = \frac{3 \lambda_2 d}{s} = \pm 1,44 \text{ mm (prima suprapunere a franjelor luminoase)}$	0,25	
	$k_1 = \pm 4 \text{ și } k_2 = \pm 6$	0,50	
b.	$\frac{4 \lambda_1 d}{s} = \frac{6 \lambda_2 d}{s} = \pm 2,88 \text{ mm (a doua suprapunere a franjelor luminoase)}$	0,25	2,5
	Pentru radiația cu lungimea de undă λ_1 : $ x_{k_1} = \left \frac{k_1 \lambda_1 d}{s} \right \leq \frac{\ell}{2}$	0,50	
	Obținem mulțimea pozițiilor franjelor luminoase: $x_{k_1} = \{0 \text{ mm}; \pm 0,72 \text{ mm}; \pm 1,44 \text{ mm}; \pm 2,14 \text{ mm}; \pm 2,88 \text{ mm}\}$	0,50	
	Pentru radiația cu lungimea de undă λ_2 : $ x_{k_2} = \left \frac{k_2 \lambda_2 d}{s} \right \leq \frac{\ell}{2}$	0,50	
	Obținem mulțimea pozițiilor franjelor luminoase: $x_{k_2} = \{0 \text{ mm}; \pm 0,48 \text{ mm}; \pm 0,96 \text{ mm}; \pm 1,44 \text{ mm}; \pm 1,92 \text{ mm}; \pm 2,40 \text{ mm}; \pm 2,88 \text{ mm}\}$	0,50	
	Numărul maxim de franje luminoase distincte ce pot fi observate pe ecran este: $N_{\max} = N_{\text{total}} - N_{\text{suprapuse}}$	0,25	
c.	Rezultă: $N_{\max} = 22 - 2 \cdot 5 = 17$	0,25	3,5
	Intensitățile câmpurilor electrice transportate de undele luminoase emise de surse într-un punct P al ecranului, situat la distanța x de centrul ecranului, sunt: $E_1 = E_0 \sin(\omega_1 t - \varphi)$ $E_2 = E_0 \sin(\omega_1 t + \varphi)$ $E_3 = E_0 \sin \omega_1 t$	0,30	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

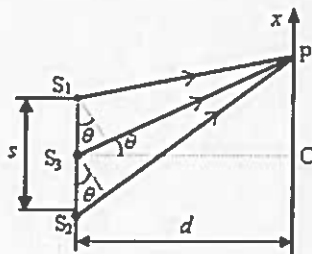


Figura 2.1.R

unde:

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_1} \frac{s}{2} \sin \theta = \frac{\pi s}{\lambda_1} \sin \theta$$

$$\sin \theta \cong \frac{x}{d}$$

0,20

Prin urmare:

$$\varphi \cong \frac{\pi x s}{\lambda_1 d}$$

0,20

Intensitatea câmpului electric rezultant este:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = E_0(1 + 2 \cos \varphi) \sin \omega_1 t$$

0,20

Intensitatea luminoasă este:

$$I = I_0(1 + 2 \cos \varphi)^2$$

0,20

Extremele intensității luminoase se obțin din relația:

$$\frac{dI}{d\varphi} = 0 \Rightarrow \sin \varphi(1 + 2 \cos \varphi) = 0$$

0,20

Maximele principale (absolute) de interferență se obțin din relația:

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = 2k\pi$$

0,20

Pozițiile franjelor luminoase corespunzătoare sunt:

$$x'_{k_1} = \frac{2k_1 \lambda_1 d}{s}$$

0,20

Din condiția $|x'_{k_1}| \leq \frac{\ell}{2}$ găsim numeric pozițiile maximelor principale:

$$x'_{k_1} = \{0 \text{ mm}; \pm 1,44 \text{ mm}; \pm 2,88 \text{ mm}\}$$

0,20

Maximele secundare (relative) de interferență se obțin din relația:

$$\cos \varphi = -1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = (2k + 1)\pi$$

0,20

Pozițiile franjelor luminoase corespunzătoare sunt:

$$x''_{k_2} = \frac{(2k_2 + 1)\lambda_1 d}{s}$$

0,20

Din condiția $|x''_{k_2}| \leq \frac{\ell}{2}$ rezultă numeric, pozițiile maximelor secundare:

$$x''_{k_2} = \{\pm 0,72 \text{ mm}; \pm 2,16 \text{ mm}\}$$

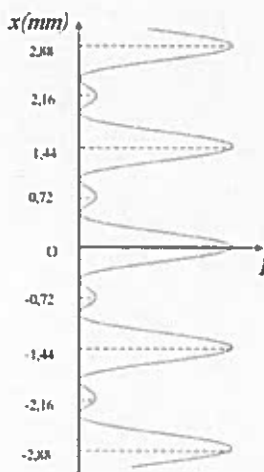
0,20

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare

XII

Pagina 8 din 14

Minimele de interferență (nule) corespund condiției: $\cos \varphi = -\frac{1}{2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi x s}{\lambda_1 d} = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$	0,20
Pozițiile minimelor sunt: $x_{k_3}'' = \frac{\left(k_3 \pm \frac{1}{3}\right) 2\lambda_1 d}{s}$	0,20
În interiorul pătratului se vor găsi numai franjele de minim ce respectă condiția $x_{k_3}'' \leq \frac{\ell}{2}$, de unde găsim numeric, pozițiile minimelor: $x_{k_3}'' = \{\pm 0,48 \text{ mm}; \pm 0,96 \text{ mm}; \pm 1,92 \text{ mm}; \pm 2,40 \text{ mm}\}$	0,20
Din expresia intensității luminoase, obținem: $\frac{I_{\text{max. principale}}}{I_{\text{max. secundare}}} = \frac{I_0 (1 + 2 \cos 2k\pi)^2}{I_0 [1 + 2 \cos (2k + 1)\pi]^2}$  Figura 2.2.R	0,20
Rezultă: $\frac{I_{\text{max. principale}}}{I_{\text{max. secundare}}} = 9$	0,20

Oficiu

1

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Problema 3. TRR – Invarianța vitezei luminii

(10 puncte)

Barem Problema 3

Parțial

Total

1) Din Figura 3.1, unde punctul P, aparține deopotrivă sistemelor inerțiale R și R' rezultă:

$$\vec{r}' = \vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp},$$

unde $\vec{r}'_{||}$ și $\vec{r}'_{\perp}$ sunt componentele lui $\vec{r}'$, paralelă și respectiv perpendiculară pe direcția mișcării (direcția al cărui versor este $\vec{j}$);

$$\vec{r}'_{||} = \vec{r}'_{||}\vec{j} + \vec{r}'_{\perp}\vec{j}; \vec{r}'_{||} = r'_{||}\vec{j}; (\vec{r}'_{||})\vec{j} = r'_{||}\vec{j} = \vec{r}'_{||};$$

$$\vec{r}'_{\perp} = \vec{r}' - \vec{r}'_{||} = \vec{r}' - (\vec{r}'_{||})\vec{j}; \vec{r}'_{\perp} = (\vec{j}\vec{j})\vec{r}' - (\vec{r}'_{||})\vec{j};$$

$$\vec{r}'_{\perp} = \vec{j} \times (\vec{r}' \times \vec{j}); \vec{r} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp},$$

unde $\vec{r}_{||}$ și $\vec{r}_{\perp}$ sunt componentele lui $\vec{r}$, paralelă și respectiv perpendiculară pe direcția mișcării;

$$\vec{r}_{||} = \vec{r}_{||}\vec{j} + \vec{r}_{\perp}\vec{j}; \vec{r}_{||} = r_{||}\vec{j}; (\vec{r}_{||})\vec{j} = r_{||}\vec{j} = \vec{r}_{||};$$

$$\vec{r}_{\perp} = \vec{r} - (\vec{r}_{||})\vec{j}; \vec{r}_{\perp} = (\vec{j}\vec{j})\vec{r} - (\vec{r}_{||})\vec{j}; \vec{r}_{\perp} = \vec{j} \times (\vec{r} \times \vec{j}).$$

Deoarece planele XOZ și X'O'Z' sunt paralele, atunci, așa cum indică Figura 3.1.R, avem:

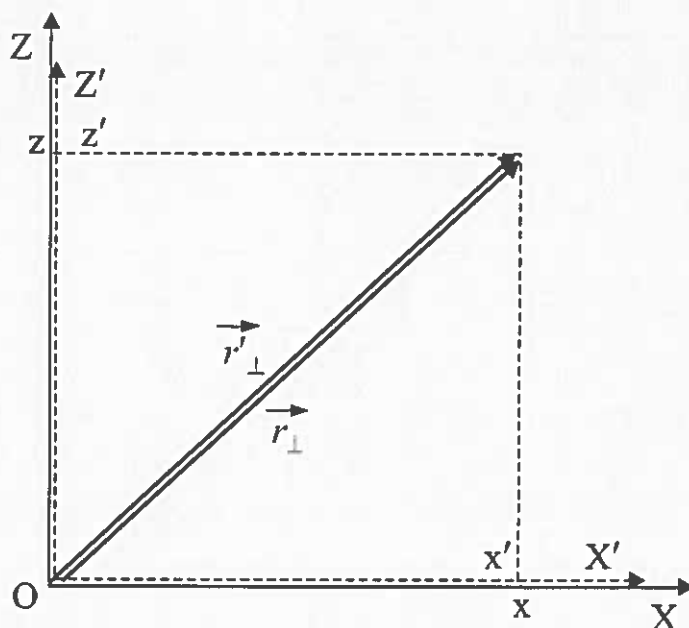


Figura 3.1.R

$$\vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{\perp}; \vec{j} \times (\vec{r}' \times \vec{j}) = \vec{j} \times (\vec{r} \times \vec{j}),$$

sau, având în vedere proprietatea dublului produs vectorial, obținem, ceea ce este echivalent:

$$\vec{r}' - (\vec{r}'_{||})\vec{j} = \vec{r} - (\vec{r}_{||})\vec{j},$$

reprezentând prima relație vectorială din grupul vectorial al transformărilor Lorentz, astfel încât în ea sunt incluse (conținute) relațiile scalare: $x' = x$; $z' = z$.

0,50

5

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

Pe de altă parte, pe baza rezultatelor anterioare, a treia relație scalară din grupul transformărilor Lorentz speciale: $y' = \frac{y - u \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$, unde: $y' = (x' \cdot \vec{i}' + y' \cdot \vec{j}' + z' \cdot \vec{k}') \cdot \vec{j} = x' (\vec{i}' \cdot \vec{j}) + y' (\vec{j}' \cdot \vec{j}) + z' (\vec{k}' \cdot \vec{j})$ $\vec{i}' \cdot \vec{j} = 0; \vec{j}' \cdot \vec{j} = 1; \vec{k}' \cdot \vec{j} = 0; y' = \vec{r}' \cdot \vec{j} = y;$ $y = (x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}) \cdot \vec{j} = x (\vec{i} \cdot \vec{j}) + y (\vec{j} \cdot \vec{j}) + z (\vec{k} \cdot \vec{j})$ $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0; \vec{j} \cdot \vec{j} = 1; \vec{k} \cdot \vec{j} = 0; y = \vec{r} \cdot \vec{j} = y;$ astfel încât obținem: $y' = \frac{y - u \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \vec{r}' \cdot \vec{j} = \frac{\vec{r} \cdot \vec{j} - u \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; (\vec{r}' \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} = \frac{(\vec{r} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} - u \cdot \vec{j} \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$	0,50	
Din cele două relații vectoriale obținute anterior, rezultă: $\vec{r}' - (\vec{r}' \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} = \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j}; \vec{r}' = \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} + (\vec{r}' \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j};$ $\vec{r}' = \vec{r} - (\vec{r} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} + \frac{(\vec{r} \cdot \vec{j}) \cdot \vec{j} - u \cdot \vec{j} \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \vec{u} = u \cdot \vec{j}; \vec{j} = \frac{\vec{u}}{u};$ $\vec{r}' = \vec{r} - \left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{u}}{u} \right) \cdot \frac{\vec{u}}{u} + \frac{\left(\vec{r} \cdot \frac{\vec{u}}{u} \right) \cdot \frac{\vec{u}}{u} - \vec{u} \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \vec{r}' = \vec{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u}}{u^2} + \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u} - \vec{u} \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $\vec{r}' = \vec{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u}}{u^2} \cdot \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) - \frac{\vec{u} \cdot t}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}};$ $\vec{r}' = \vec{r} - \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u}}{u^2} \cdot (1 - \Gamma) - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t; \vec{r}' = \vec{r} + \frac{(\vec{r} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{u}}{u^2} \cdot (\Gamma - 1) - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t;$ $\vec{r}' = \vec{r} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right],$ reprezentând forma vectorială generală a grupului de transformări speciale Lorentz, la care trebuie să adăugăm:	0,50	
$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2} \cdot y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; u \cdot y = u \cdot r_{\parallel} = u \cdot (\vec{r} \cdot \vec{j}) = \vec{r} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{j}) = \vec{r} \cdot \vec{u}; t' = \frac{t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{u}}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

2) Așa cum indică desenul din Figura 3.2.R, există relațiile:

$$\vec{r}' = \vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp}; \quad \vec{r} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp};$$

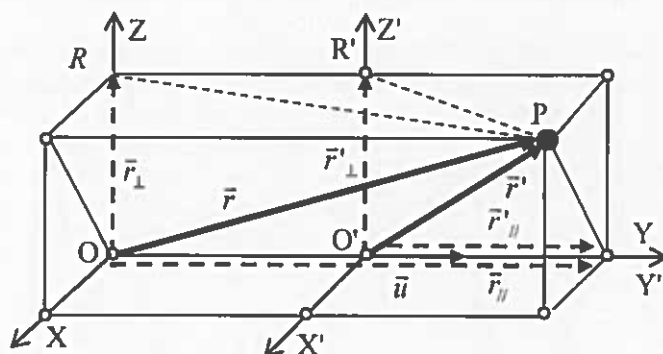


Figura 3.2.R

0,50

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \frac{\vec{u} \cdot (\vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp})}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}_{||} + \vec{u} \cdot \vec{r}_{\perp}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

0,50

$$\vec{u} \cdot \vec{r}_{\perp} = 0;$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \vec{u} \cdot \left[(\Gamma - 1) \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}_{||}}{u^2} - \Gamma \cdot t \right];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \left[(\Gamma - 1) \frac{\vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{r}_{||})}{u^2} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t \right];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \left[(\Gamma - 1) \frac{(\vec{u} \cdot \vec{u}) \cdot \vec{r}_{||}}{u^2} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t \right];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \left[(\Gamma - 1) \frac{u^2 \cdot \vec{r}_{||}}{u^2} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t \right];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + [(\Gamma - 1) \cdot \vec{r}_{||} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t];$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + (\Gamma - 1) \cdot \vec{r}_{||} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t;$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{||} + \vec{r}_{\perp} + \Gamma \cdot \vec{r}_{||} - \vec{r}_{||} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t;$$

$$\vec{r}'_{||} + \vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{\perp} + \Gamma \cdot \vec{r}_{||} - \Gamma \cdot \vec{u} \cdot t;$$

$$\vec{r}'_{\perp} = \vec{r}_{\perp}; \quad \vec{r}'_{||} = \Gamma \cdot (\vec{r}_{||} - \vec{u} \cdot t).$$

0,50

3) Adăugând și relația dată în enunțul problemei:

$$t' = \Gamma \cdot \left(t - \frac{\vec{u} \cdot \vec{r}}{c^2} \right),$$

rezultă:

$$d\vec{r}'_{||} = \Gamma \cdot (d\vec{r}_{||} - \vec{u} \cdot dt); \quad dt' = \Gamma \cdot \left(dt - \frac{\vec{u}}{c^2} \cdot d\vec{r} \right);$$

1,00

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

	$\bar{v}'_{//} = \frac{d\bar{r}'_{//}}{dt'} = \frac{\Gamma \cdot (d\bar{r}_{//} - \bar{u} \cdot dt)}{\Gamma \cdot \left(dt - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot d\bar{r}\right)};$ $\bar{v}'_{//} = \frac{(d\bar{r}_{//} - \bar{u} \cdot dt)}{\left(dt - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot d\bar{r}\right)} = \frac{\left(\frac{d\bar{r}_{//}}{dt} - \bar{u}\right) \cdot dt}{\left(1 - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot \frac{d\bar{r}}{dt}\right) \cdot dt};$ $\frac{d\bar{r}_{//}}{dt} = \bar{v}_{//}; \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}; \bar{v}'_{//} = \frac{\left(\frac{d\bar{r}_{//}}{dt} - \bar{u}\right)}{\left(1 - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot \bar{v}\right)}; \bar{v}'_{//} = \frac{\bar{v}_{//} - \bar{u}}{\left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2}\right)};$		
	$\bar{r}'_{\perp} = \bar{r}_{\perp}; d\bar{r}'_{\perp} = d\bar{r}_{\perp};$ $\bar{v}'_{\perp} = \frac{d\bar{r}'_{\perp}}{dt'} = \frac{d\bar{r}_{\perp}}{\Gamma \cdot \left(dt - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot d\bar{r}\right)} = \frac{d\bar{r}_{\perp}}{\Gamma \cdot dt \cdot \left(1 - \frac{\bar{u}}{c^2} \cdot \frac{d\bar{r}}{dt}\right)}; \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v};$ $\bar{v}'_{\perp} = \frac{\bar{v}_{\perp}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2}\right)}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \bar{v}'_{\perp} = \frac{\bar{v}_{\perp}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2}\right)}.$	0,50	
b.	Cunoscând semnificațiile unghiurilor θ și respectiv θ', precizate în enunțul problemei, și notate în desenul din Figura 3.1, precum și semnificațiile mărimilor din relațiile stabilite anterior: $\bar{v}'_{//} = \frac{\bar{v}_{//} - \bar{u}}{\left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2}\right)}; \bar{v}'_{\perp} = \frac{\bar{v}_{\perp}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2}\right)},$ rezultă: $\bar{v}'_{//} = \frac{v_{//} - u}{\left(1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}\right)}; \bar{v}' \cdot \cos \theta' = \frac{v \cdot \cos \theta - u}{\left(1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}\right)};$	0,50	2
	$\bar{v}'_{\perp} = \frac{v_{\perp}}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}\right)}; \bar{v}' \cdot \sin \theta' = \frac{v \cdot \sin \theta}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}\right)};$	0,50	
	$\operatorname{tg} \theta' = \frac{v \cdot \sin \theta}{\Gamma \cdot \left(1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}\right)} \cdot \frac{1 - \frac{u \cdot v \cdot \cos \theta}{c^2}}{v \cdot \cos \theta - u};$ $\operatorname{tg} \theta' = \frac{v \cdot \sin \theta}{\Gamma \cdot (v \cdot \cos \theta - u)}; \Gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}; \operatorname{tg} \theta' = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \frac{v \cdot \sin \theta}{(v \cdot \cos \theta - u)};$	0,50	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapă județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

XII

Pagina 13 din 14

	În particular, dacă particula P este un foton, rezultă: $v = c;$ $\operatorname{tg} \theta' = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \frac{c \cdot \sin \theta}{(c \cdot \cos \theta - u)} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \frac{c \cdot \sin \theta}{c \cdot \left(\cos \theta - \frac{u}{c} \right)};$ $\operatorname{tg} \theta' = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\cos \theta - \frac{u}{c} \right)}.$	0,50	
	Dacă $\theta = 0$, ceea ce înseamnă că, în raport cu sistemul inerțial fix, R, particula P se deplasează paralel cu axa OY, atunci, în acord cu relația stabilită anterior: $\operatorname{tg} \theta' = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\cos \theta - \frac{u}{c} \right)},$ rezultă că și $\theta' = 0$, ceea ce dovedește că deplasarea particulei, în raport cu sistemul inerțial mobil, R', este paralelă cu axa O'Y'.	0,50	
	În aceste condiții, rezultă: $v = v_{//}; \quad v' = v'_{//},$ astfel încât, din relația stabilită deja: $\bar{v}'_{//} = \frac{\bar{v}_{//} - \bar{u}}{\left(1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{v}}{c^2} \right)},$ obținem: $v'_{//} = \frac{v - u}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)} = v'; \quad v'^2 = \frac{(v - u)^2}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2}; \quad \frac{v'^2}{c^2} = \frac{\left(\frac{v - u}{c} \right)^2}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2};$	0,50	2
c.	$1 - \frac{v'^2}{c^2} = 1 - \frac{\left(\frac{v - u}{c} \right)^2}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2} = \frac{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2 - \left(\frac{v - u}{c} \right)^2}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2};$ $1 - \frac{v'^2}{c^2} = \frac{1 - 2 \cdot \frac{u \cdot v}{c^2} + \frac{u^2 \cdot v^2}{c^4} - \frac{v^2 - 2v \cdot u + u^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2} =$ $= \frac{1 - 2 \cdot \frac{u \cdot v}{c^2} + \frac{u^2 \cdot v^2}{c^4} - \frac{v^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{v \cdot u}{c^2} - \frac{u^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2} \right)^2};$	1,00	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.

**Etapa județeană/a sectoarelor municipiului București a
olimpiadei de fizică
19 martie 2022
Barem de evaluare și de notare**

XII

Pagina 14 din 14

	$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1 + \frac{u^2 \cdot v^2}{c^4} - \frac{v^2}{c^2} - \frac{u^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2}\right)^2} = \frac{1 - \frac{v^2}{c^2} - \frac{u^2}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2}\right)^2};$ $1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{u \cdot v}{c^2}\right)^2}.$ În particular, dacă particula P este un foton, rezultă: $v = c;$ $1 - \frac{v^2}{c^2} = 0; \quad v' = c,$ ceea ce dovedește invarianța vitezei luminii față de oricare sistem de referință inerțial.		1
Oficiu			

Barem propus de:

Prof. Dr. Luciu ALEXANDRESCU, Colegiul Național „Dr. Ioan Meșotă”, Brașov

Prof. Dr. Gabriel FLORIAN, Colegiul Național „Carol I”, Craiova

Prof. Cristian MIU, Colegiul Național „Ion Minulescu”, Slatina

Prof. Dr. Mihail SANDU, Liceul Tehnologic de Turism, Călimănești

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul corect va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu conținutul de idei prezent în partea cuprinsă în lucrare din totalul celor ce ar fi trebuit aplicate pentru a ajunge la rezultat, prin metoda aleasă de elev.