Concursul „Pro-Performanța"
ediția a V-a
2 noiembrie 2019
Barem Juniori II

Problema 1

Cel mai indicat este de a deduce mai intai ce e sotul Paulei, deoarece el nu este nici fiul, nici tatal cuiva.

- Vlad, tatal Paulei este diplomat la Roma
- Luca, fratele ei, este student la Paris
- Daniel, unchiul sau, este artist la Berlin.
- Robert, varul sau, este comerciant la Madrid.
- Hector, sotul ei, este profesor la Londra.

Problema 2 a)

Vom considera cazurile cele mai nefavorabile care conduc la numărul minim de încercări pentru a stabili *sigur* care cheie deschide fiecare lacăt.
Notăm cheile cu numerele 1, 2 și 3, iar lacătele cu a,b și c.
I. Încearcă să deschidă cu cheia 1 lacătul a și nu se potrivește. **(1 pct.)**
II. Încearcă să deschidă cu cheia 1 lacătul b și nu se potrivește. Atunci ea stabilit că poate deschide, cu cheia 1, lacătul c. **(1 pct.)**
III. Încearcă să deschidă cu cheia 2 lacătul a și nu se potrivește. Astfel stabilește că cheia 2 se potrivește lacătului b și cheia 3, lacătului rămas, lui c. **(1 pct.)**
Deci, în cel mai nefavorabil caz, numărul minim de încercări este 3. **(1 pct.)**

Problema 2 b)

Cum restul de 7 elevi joacă doar handbal, rămân 20 de elevi care joacă cel puțin unul din sporturile fotbal sau baschet. **(1 pct.)**
$17 + 7 = 24$. **(1 pct.)**
$24 - 20 = 4$ elevi care joacă fotbal și baschet. **(1 pct.)**

Problema 3

Facem cinci grupe a câte 2 monede și cântărim monedele din fiecare grupă. Am făcut 5 cântăriri. **(2 pct.)**
Caz I. Toate cântăririle sunt dezechilibrate, atunci monedele grele din fiecare grupă sunt cele autentice. **(1 pct.)**
Caz II. O cântărire a unei grupe este echilibrată, celelalte 4 cântăriri sunt dezechilibrate. Cele două monede din cântărirea echilibrată sunt autentice, iar cele 4 monede ușoare din cântăririle dezechilibrate sunt false. Cântărim două câte două monedele grele din grupele dezechilibrate. O cântărire este echilibrată, atunci aceste două monede și cea grea din cealaltă cântărire sunt autentice. **(2 pct.)**
Caz III. Două cântăriri din cele cinci cântăriri inițiale sunt echilibrate. Atunci cele patru monede sunt autentice, iar cele trei monede ușoare din celelalte cântăriri sunt false. Dintre cele trei monede grele rămase, prin două cântăriri, o aflăm pe cea autentică. **(2 pct.)**

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ

PRO-PERFORMANȚA

BAREM JUNIORI CLASA A VII-A şi a VIII-A

2 NOIEMBRIE 2019

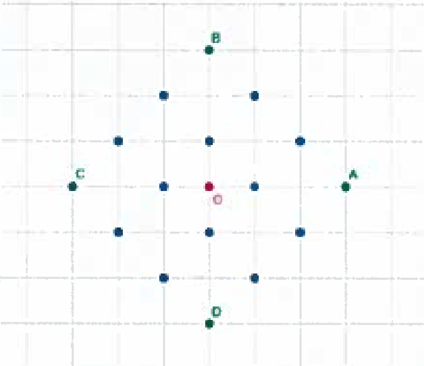
1. Notăm cu x consumul inițial , după prima reducere, consumul va fi $\frac{60}{100}x=\frac{3}{5}x$ 2p

După a doua reducere , consumul va fi $\frac{70}{100}\left(\frac{3}{5}x\right)=\frac{21}{50}x$ 2p

După ultima reducere, consumul final va fi $\frac{80}{100}\left(\frac{21}{50}x\right)=\frac{33,6}{100}x$, deci 33,6% din cel inițial........................3p

2. a) O parolă este de forma $abcd$, unde $a\in\{0,...,10\}$ deci poate lua 10 valori, iar b,c,d pot lua fiecare câte 9 valori, de la 0 la 9, mai puțin cea luată de cifra precedentă 2p

Aplicând regula produsului,numărul total de parole este $10\cdot 9^3$=7290...2p



b) Conform figurii alaturate, broasca poate ajunge în 16 poziții distincte, dintre care 4 sunt situate la distanța 3 față de poziția inițială, deci probabilitatea este de $\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$ 3p

3. a) Singura posibilitate de obtinere a punctajelor, in conditiile date, sunt cele din tabelul de mai jos:

L	Tara	J	P	V	I	E
1	Polonia	3	9	3	0	0
2	Finlanda	4	7	2	1	1
3	Romania	3	6	2	1	0
4	Ungaria	3	3			
5	Italia	4	2	0	2	2
6	Moldova	3	1	0	2	1

....2p

Pentru Ungaria exista posibilitatile: o victorie, 2 infrangeri si niciuun egal sau 3 meciuri egale.

Cum numarul meciurilor egale este par si sunt deja 4 meciuri egale, rezulta ca Ungaria are numar par de meciuri egale, deci a doua situatie este exclusa. Ungaria are asadar o victorie si doua infrangeri 1p

b) Echipele cu meciuri egale: Finlanda 1, Italia 2 si Moldova 1, rezulta ca meciurile egale au fost: Italia – Finlanda, Italia – Moldova. 1p

c) Italia, Moldova si Ungaria nu mai au victorii, Finlanda – Romania nu s-a jucat, deci infrangerea Romaniei nu este in meciul cu Finlanda ci in cel cu Polonia. Deci Polonia (V)- Romania (I) 1p

La fel, Finlanda are o infrangere si nu a jucat cu Romania, deci infrangerea este din meciul cu Polonia, adica Polonia(V) – Finlanda(I). Rezulta ca Finlanda castiga meciul cu Moldova (deoarece nu a jucat cu Romania iar cu Italia are meci egal). 1p

Raman de stabilit rezultatele meciurilor: Romania – Italia, Romania – Ungaria, Polonia – Italia si Finlanda – Ungaria.

	Meciul	Rezultat
1	Italia – Finlanda	E
2	Italia – Moldova	E
3	Ungaria – Moldova	V – I
4	Polonia – Romania	V – I
5	Polonia – Finlanda	V – I
6	Finlanda – Moldova	V – I

Romania mai are 2 victorii, Italia si Ungaria doar infrangeri, rezulta ca Romania castiga meciurile cu Italia si Ungaria.

7	Romania – Italia	V – I
8	Romania – Ungaria	V – I

La fel, Polonia si Finlanda mai au cate o victorie, iar Italia si Ungaria cate o infrangere, rezulta ca:

9	Polonia – Italia	V – I
10	Finlanda – Ungaria	V – I

....1p

Concursul „Pro-Performanța”
ediția a V-a
2 noiembrie 2019
Barem Seniori

Problema 1

Daca a sau b ar fi zero, sau daca a=b atunci am avea maxim 6 valori posibile diferite al sumei. Nu convine. **(1pct.)**

Caz I. a>b>0 Cea mai mica suma corespunde aruncarii 1-1, penultima lui 1-2. Deci numerele a+b si a+2b sunt consecutive scrise in ordine crescatoare. Deducem b=1. **(1 pct.)**

Diferenta dintre cea mai mica suma si cea mai mare trebuie sa fie 35. Deci (6a+6)-(a+1)=35. Deci a=6. **(1 pct.)**

Verificam ca perechea a=6 si b=1, dar si perechea a=1, b=6 sunt bune. **(1 pct.)**

Caz II. a,b<0. Obtinem a=-1, b=-6 si a=-6 si b=-1. (1 pct.)

Caz III. a si b semne diferite. a=1 si b=-6, a=-6 si b=1, a=-1 si b=6, a=6 si b=-1. **(2pct)**

Problema 2 Deoarece Lucia nu poate ghici, ea nu are un numar de la 13 la 20, sau de la 23 la 31. (Daca ar avea 31, ar sti ca luna posibila e 1 sau 11, dar 31.11 nu exista). **(2 pct)**

Deoarece Lucia stie ca Alex nu poate ghici, isi da sema ca nici Alex nu are numerele de la 13 la 20 si de la 23 la 31, deci ea are un numar terminat in 2. **(2 pct)**

In acest moment, datele posibile sunt 12.2, 22.2 sau 22.12. **(1 pct)**

Acelasi rationament il face si Alex, dar el spune ca stie daca numarul lui e luna sau zi, deci nu are 12. **(1 pct)**

Nici Lucia nu are 12 pe bilet, altfel ar ezita, dar ea spune ca stie, deci data e 22 februarie. **(1 pct)**

Problema 3

a)

Justificarea corectă a rezultatelor pentru 3 echipe.**(1 pct.)**
Justificarea corectă a rezultatelor pentru celelalte 3 echipe. **(1 pct.)**

Polonia are 3 victorii, Finlanda are 2 victorii, 1 egal şi 1 înfrângere, România are 2 victorii şi 1 înfrângere, Ungaria are 1 victorie şi 2 înfrângeri, Italia are 2 egaluri şi 2 înfrângeri, iar Moldova are 1 egal şi 2 înfrângeri.

b)

Deducerea corectă a faptului că sunt 2 meciuri terminate la egalitate . **(1 pct.)**
Justificarea corectă a meciurilor terminate la egalitate. **(1 pct.)**

Sunt 2 meciuri terminate la egalitate: Italia-Finlanda şi Italia-Moldova.

c)

Justificarea corectă a rezultatelor obținute de 2 echipe. **(1 pct.)**
Justificarea corectă a rezultatelor obținute de alte 2 echipe. **(1 pct.)**
Justificarea corectă a rezultatelor obținute de restul de 2 echipe. **(1 pct.)**

Polonia a învins pe Finlanda, România şi Italia. Finlanda a învins pe Ungaria şi Moldova, are egal cu Italia şi a fost învinsă de Polonia. România a învins pe Ungaria şi Italia şi a fost învinsă de Polonia. Ungaria a învins pe Moldova şi a fost învinsă de Finlanda şi România. Italia a făcut egal cu Finlanda şi Moldova şi a fost învinsă de Polonia şi România. Moldova a făcut egal cu Italia şi a fost învinsă de Finlanda şi Ungaria.