

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASA A V-A

2 NOIEMBRIE 2019

1. Avem patru grămezi de pietre. În prima sunt 5 pietre, în a doua sunt 8, în a treia 12 pietre și în ultima 14. Care este numărul minim de pietre care trebuie mutate între aceste grămezi astfel încât prima să fie mai mare decât fiecare dintre celelalte?

2. a) O mamă ascunde celor 6 copii ai săi, în trei cutii, câte un fruct, și-i pune pe aceștia să ghicească ce fruct se află în fiecare cutie, spunându-le că într-o cutie e un măr, într-una o portocală și în alta o piersică. Fiecare copil spune ce fruct crede că se află în fiecare cutie. Un singur copil a ghicit ce se află în toate cele 3 cutii și unul singur a ghicit ce se află într-o singură cutie. Câți copii nu au ghicit fructul din niciuna dintre cutii? Avem suficiente informații?

b) În sistemul solar au fost înființate următoarele legături aeriene de către o companie de rachete spațiale între cele nouă planete astfel: Terra-Mercur, Terra-Pluto, Mercur-Venus, Neptun-Saturn, Jupiter-Marte, Pluto-Venus, Pluto-Mercur, Uranus-Neptun, Saturn-Jupiter, Marte-Uranus.

1) Putem călători de pe Jupiter pe Uranus?

2) Dar de pe Terra pe Marte?

3. Cinci persoane Alina, Bogdan, Costel, Dan și Elena fac următoarele afirmații:

Alina: Am fost la Paris;

Bogdan: Costel minte;

Costel: Alina minte;

Dan: De fapt Alina a fost la Londra;

Elena: Alina a fost la Londra, nu la Paris.

Se știe că trei dintre cele cinci persoane mint, iar celelalte spun adevărul. Care sunt persoanele care mint? Explicați!

4. Determinați numerele naturale a și b știind că a este triplul lui b , iar diferența dintre dublul lui a și sfertul lui b este un număr de trei cifre consecutive scrise în ordine crescătoare. (Supliment G.M. 10/2016)

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASA A VI-A

2 NOIEMBRIE 2019

1. Atunci când Pinocchio minte, nasul i se dublează. Când spune adevărul, lungimea nasului îi scade cu un centimetru. Dimineața Pinocchio are nasul de un centimetru, iar seara de 10 centimetri. Care este numărul minim de adevăruri pe care ar fi putut să le spună în acea zi?

2. La un concurs de atletism participă trei echipe: A, B și C, fiecare fiind formată din trei sportivi. Sportivul care sosește primul primește 18 puncte, al doilea 16 puncte, al treilea 14 puncte și tot așa, ultimul primește 2 puncte. Punctajul unei echipe este suma punctelor obținute de cei trei sportivi ai săi. Aflați ce loc a ocupat fiecare echipă știind că:

- 1) Primele trei locuri au fost obținute de sportivi de la echipe diferite;
- 2) Fiecare atlet de la echipa B a sosit imediat după un atlet de la echipa A;
- 3) Sportivii de la echipa C au sosit unul după altul.

3. Patru elevi rămân în clasă pe timpul pauzei. Un elev scrie ceva pe tablă. Când revine în clasă, profesorul întreabă cine a scris ceea ce e pe tablă. Ei răspund:

- Paul, care poartă ochelari: A fost o fată!
- Ionel, care nu poartă ochelari: A scris cineva care poartă ochelari.
- Maria, care nu poartă ochelari: Nu eu!
- Violeta, care poartă ochelari: A scris cineva care nu poartă ochelari.

Un singur elev a mințit, ceilalți au spus adevărul. Care este cel care a mințit și care este cel care a scris pe tablă?

4. Să se determine numerele naturale m și n știind că numărul $2^m \cdot 5^n$ are cu 6 divizori mai mult decât numărul 3^n . (G.M. 5/2015)

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASA A VII-A

2 NOIEMBRIE 2019

1. Stim că:

- 1) Niciun rechin nu se îndoiște că e puternic;
- 2) Un pește care nu poate dansa menuet este vrednic de dispreț;
- 3) Niciun pește nu e sigur că este puternic dacă nu are trei rânduri de dinți;
- 4) Toți peștii, cu excepția rechinilor, sunt prietenoși cu copiii;
- 5) Niciun pește de talie mare nu poate dansa menuet;
- 6) Un pește cu trei rânduri de dinți nu trebuie disprețuit.

Sunt prieteni peștii de talie mare cu copiii? Explicați în detaliu!

2. Mama a observat că au dispărut cinci mere din dulap. Ele puteau fi luate doar de copiii săi: Maria, Alex sau Lucia. Când sunt întrebați, prima dată ei răspund:

Maria: N-am luat niciun măr.

Alex: N-am luat niciun măr.

Lucia: N-am luat niciun măr.

După ce sunt întrebați iarăși, ei spun:

Maria: Alex a luat mai multe mere decât Lucia.

Alex: Maria minte.

Lucia: Toate au fost luate de Maria și Alex.

Maria: Lucia minte.

Aflați câte mere a luat fiecare copil știind că fiecare a luat atâtea mere câte minciuni a spus. Explicați în detaliu!

3. Sunt cinci locuri pe care se așează patru copii: Alina, Mihai, Toma și Luca. Următoarele afirmații sunt adevărate:

a) Este exact un loc între Alina și Mihai.

b) Sunt două sau trei locuri între Toma și Luca.

c) Nici Luca, nici Mihai nu stau lângă un loc liber.

Date fiind informațiile de mai sus, cine stă pe locul al treilea?

4. Numerele naturale x , y și z verifică egalitățile: $xy = 12$, $xz = 15$ și $yz = 20$. Arătați că $x^2 + y^2 + z^2$ nu este pătrat perfect.

(G.M.)

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASA A VIII-A

2 NOIEMBRIE 2019

1. La o petrecere de 50 de persoane, la un moment dat, dansează 60% dintre băieți cu 90% dintre fete. Știind că dansul e format din cupluri fată-băiat, aflați câte persoane dansează în acel moment.

2. La un turneu de fotbal participă 15 echipe, fiecare dintre acestea jucând cu toate celelalte. Pentru victorie se acordă 3 puncte, pentru meci egal 2 puncte, iar pentru înfrângere 1 punct. La finalul turneului nu există două echipe cu același număr de puncte. Arătați că echipa de pe locul întâi a făcut cel puțin un meci egal, știind că echipa de pe ultimul loc a acumulat 21 de puncte.

3. În jurul unei mese sunt n scaune numerotate de la 1 la n . Pe aceste scaune sunt așezate n persoane. Incepând cu primul copil se numără din doi în doi și fiecare al doilea copil numărat se elimină de la masă. Așadar inițial iese copilul de pe scaunul doi, apoi cel de pe scaunul 4 etc. Câștigător va fi ultimul copil care rămâne la masă.

1) Pe ce scaun se află copilul câștigător dacă $n=8$?

2) Dar dacă $n=20$.

3) Pe ce loc trebuie să se așeze Robert, bun logician, pentru a câștiga jocul în cazul în care sunt 41 de scaune în jurul mesei?

4. Arătați că numărul $\sqrt{n^2 + 2n + 3}$ este irațional, oricare ar fi n număr natural.

(G.M.)

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASA A IX-A

2 NOIEMBRIE 2019

1. Maria pleacă la o plimbare de acasă și apoi se întoarce pe același drum. Drumul este până în vârful unei părții. Când merge pe drum drept, Maria parcurge 4 km pe oră. Când este în urcare parcurge 3 km pe oră, iar la coborâre merge cu 6 km pe oră. Intregul drum, până la revenirea acasă, are 20 de km. Cât timp îi ia Mariei ca să revină acasă?

2. Un elev aruncă zarul. Dacă nu-i pică șase din prima, nu mai aruncă zarul. Dacă-i pică șase, mai aruncă o singură dată. Care e probabilitatea să obțină suma impară? (de exemplu, dacă a aruncat cinci, atunci suma e cinci)

3. Se știu următoarele:

- 1) Toți cei care nu fac escaladă și nu beau suc de morcovi nu sunt energici;
 - 2) Cei care au probleme de echilibru sunt urmăriți cu atenție în trafic;
 - 3) Un parapantist responsabil poartă cască;
 - 4) Nicio persoană timidă care bea suc de morcovi nu bea din sticlă;
 - 5) Toți parapantiștii energici au probleme de echilibru;
 - 6) Ochelariștii timizi pot bea din sticlă dacă nu fac escaladă;
 - 7) Nicio persoană responsabilă nu face escaladă dacă are probleme de echilibru;
 - 8) O persoană care poartă cască este întotdeauna timida;
 - 9) Toți cei care nu fac escaladă și care sunt urmăriți cu atenție în trafic sunt ochelariști.
- Persoanele energice și responsabile sunt parapantiște? Explicați în detaliu!

4. Fie n un număr natural nenul. Comparați numerele $\{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\}$ și $\{\sqrt{n} - \sqrt{n+1}\}$, unde $\{x\}$ reprezintă partea fracționară a numărului real x . (G.M. 3/2018)

Concursul interjudețean de matematică
PRO-PERFORMANȚA
Ediția a V-a, 2 noiembrie 2019
Clasa a X-a

1. Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația

$$[10\sqrt{n+1} - 10\sqrt{n}] - 10[\sqrt{n+1} - \sqrt{n}] = 2.$$

2. Popescu, Ionescu, Georgescu și Angelescu sunt patru colegi de clasă. Ei au participat la câte două olimpiade. Trei dintre ei au participat la matematică; unul singur a participat la fizică; există doi care au participat la chimie; doi elevi, Andrei și Ionescu au participat la istorie; Ioan nu a participat la matematică; Matei a participat la chimie; Popescu nu a participat la niciuna dintre olimpiadele la care au participat Ștefan și Georgescu. Care sunt numele complete (prenume și nume) ale celor patru elevi și care sunt olimpiadele la care au participat? Justificați!

3. La un concurs de șah au participat 5 colegi de clasă: Andrei, Bogdan, Cristina, Dumitru și Elena. După ce s-au întors de la concurs a avut loc următorul dialog între diriginte, care era nerăbdător să aștepte rezultate au obținut, și copii:

dirigintele: - Ordinea (de la locul I la locul V) în care v-ați clasat a fost cumva Andrei, Bogdan, Cristina, Dumitru, Elena?

copiii: - Nu ați ghicit corect locul ocupat de niciunul dintre noi. În plus, nicio pereche de concurenți consecutivi din ordinea propusă de dumneavoastră nu este printre perechile de concurenți consecutivi din ordinea corectă.

dirigintele: - Ordinea este cumva Dumitru, Andrei, Elena, Cristina, Bogdan?

copiii: - Acum sunteți ceva mai aproape. Ați ghicit corect locul ocupat de doi dintre noi și exact două perechi de concurenți consecutivi din ordinea propusă de dumneavoastră care se regăsesc printre perechile de concurenți consecutivi din ordinea corectă.

Care a fost ordinea reală după concurs? Justificați!

4. 20 de elevi se așază în jurul unei mese rotunde. La început unul dintre ei primește n bomboane, $n \geq 2$. Pentru a le împărți între ei, profesorul îi spune celui care are bomboanele să ofere celor doi vecini ai lui câte o bomboană. Apoi, dacă există un elev care are cel puțin două bomboane, atunci acesta va da câte o bomboană vecinilor lui. Se continuă în acest fel până când fiecare copil va avea cel mult o bomboană.

(a) Se poate sfârși acest proces dacă $n = 2019$?

(b) Dacă $n = 20$ arătați că procesul nu se va putea încheia niciodată.

(c) Decideți ce se poate întâmpla dacă $n < 20$.

Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare răspuns trebuie explicat.

Timp de lucru 2 ore.

SUBIECTE CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ PRO-PERFORMANȚA

CLASELE XI-XII

2 NOIEMBRIE 2019

1. Intr-un grup sunt doi băieți și două fete. Fiecărui băiat îi place de o fată și fiecărei fete de un băiat. Care este probabilitatea ca fiecărei persoane să-i placă exact de persoana de care ea este plăcută?

2. Un elev aruncă zarul. Dacă nu-i pică 4 sau 5 din prima, nu mai aruncă zarul. Dacă-i pică 4, mai aruncă o singură dată, dacă-i pică 5, mai aruncă de două ori (chiar dacă aruncă tot 4 sau 5 la a doua sau a treia aruncare, nu mai aruncă zarul în plus, doar prima aruncare e cea care influențează numărul de aruncări). Care e probabilitatea să obțină suma tuturor aruncărilor impară (dacă a avut 3 din prima, atunci suma e 3)?

3. Se știu următoarele:

- 1) Toți cei care nu fac escaladă și nu beau suc de morcovi nu sunt energici;
 - 2) Cei care au probleme de echilibru sunt urmăriți cu atenție în trafic;
 - 3) Un parapantist responsabil poartă cască;
 - 4) Nicio persoană timidă care bea suc de morcovi nu bea din sticlă;
 - 5) Toți parapantiștii energici au probleme de echilibru;
 - 6) Ochelariștii timizi pot bea din sticlă dacă nu fac escaladă;
 - 7) Nicio persoană responsabilă nu face escaladă dacă are probleme de echilibru;
 - 8) O persoană care poartă cască este întotdeauna timida;
 - 9) Toți cei care nu fac escaladă și care sunt urmăriți cu atenție în trafic sunt ochelariști.
- Persoanele energice și responsabile sunt parapantiște? Explicați în detaliu!

4. Fie A o matrice pătratică cu elemente întregi având determinantul egal cu 2. Să se demonstreze că cel puțin un complement algebric al matricei A este număr întreg impar. (G.M. 9/2014)