

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ CUPA PRO-PERFORMANȚA

JUNIORI II (CLASELE V-VI)

3 NOIEMBRIE 2018

1. Pe malul unui râu sunt următoarele persoane:

- un polițist și un deținut;
- un tată cu cei doi fi ai săi;
- o mamă cu cele două fice ale sale.

Se știe că:

- deținutul trebuie să se afle mereu în prezența polițistului;
- niciun fiu nu se poate afla în prezența mamei fără să fie și tatăl de față.
- copiii nu pot merge singuri pe plută;
- pe plută nu încap mai mult de două persoane.

Cum pot traversa toți în siguranță pe celălalt mal?

(Precizare: Este interzisă și situația în care o fiică se află pe un mal pe care nu e și mama ei, iar tatăl vine cu barca pe acel mal și pleacă imediat înapoi.)

2. Se consideră adevărate următoarele afirmații:

1. Este foarte interesant să-l asculți pe vecinul meu vorbind despre istoria Franței.

2. Niciun om nu poate da detalii despre bătălia de la Waterloo dacă n-a citit memoriile lui Napoleon.

3. Niciun om nu este interesant atunci când vorbește despre istoria Franței dacă nu poate da detalii despre bătălia de la Waterloo.

A citit vecinul meu memoriile lui Napoleon?

3. Alice, Bob și Charlie sunt recunoscuți ca foarte buni logicieni.

i) Tatăl lor le pune pe cap câte un fes. Fiecare dintre cei trei copii poate vedea fesurile celorlalți, dar nu-și poate vedea propriul fes. Toți sunt persoane oneste și au încredere în ce spun ceilalți. Tatăl le spune: Fiecare are pe cap un fes, fie negru, fie alb, dar nu toți aveți fesuri de aceeași culoare. Alice, tu știi ce culoare are fesul tău? -Da, e alb! răspunde Alice. Ce culoare are fesul fiecăruia?

ii) Tatăl le schimbă fesurile de pe cap și le spune: Fiecare are pe cap un fes, fie negru, fie alb, dar nu toți aveți fesuri de aceeași culoare. Alice, tu știi ce culoare are fesul tău? Ea spune că nu știe! E posibil ca Bob să deducă culoarea fesului său?

iii) Tatăl le schimbă iar fesurile de pe cap și le spune:

- Fiecare are pe cap un fes, fie negru, fie alb, dar cel puțin unul are un fes alb! Știe careva ce culoare are fesul său? Toți trei răspund în cor: Nu!

Care este variantă posibilă?

A) Sigur toți au fesuri albe! B) Sigur toți au fesuri negre! C) Cel mult unul are fesul alb! D) Cel puțin doi au fesul alb! E) Cel puțin doi au fesul negru!

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ CUPA PRO-PERFORMANȚA

JUNIORI I (CLASELE VII-VIII)

3 NOIEMBRIE 2018

1. O caravană încărcată cu daruri de preț pentru Regele Persiei străbate deșertul, târându-se încet sub soarele nemilos. Caravana e însoțită de 5 beduini călare pe cămile. Fiecare beduin poartă pe cap un turban alb sau roșu și vede doar turbanele de pe capetele celorlalți. Cei care poartă turbane roșii mint, iar cei care poartă turbane albe spun adevărul.

Cel mai vârstnic dintre beduini spune: Văd 3 turbane albe și unul roșu.

Al doilea după el în ordinea vârstei zice: Văd 4 turbane roșii.

Al treilea afirmă: Văd un turban alb și 3 turbane roșii.

În fine, cel mai tânăr dintre ei spune: Văd patru turbane albe.

Ce culoare are turbanul fiecărui beduin?

2. Se știe că următoarele afirmații sunt corecte:

1. Toți poștașii de pe această stradă cumpără covrigi de la băcanul din colț;

2. Niciun om cu părul lung nu poate să nu fie poet;

3. John nu a fost niciodată pe munte;

4. Verilor băcanului din colț le plac covrigii reci;

5. În afara poștașilor de pe această stradă, nimeni nu este poet;

6. În afara verilor lui, nimeni nu cumpără covrigi de la băcanul din colț;

7. Toți oamenii cu părul scurt au fost pe munte.

Precizați care dintre următoarele afirmații sunt adevărate și care sunt false:

a) John este văr cu băcanul din colț.

b) Lui John îi plac covrigii reci.

c) John are părul scurt.

d) John nu e poet.

3. Pe malul unui râu sunt următoarele persoane:

- un polițist și un deținut;

- un tată cu cei doi fii ai săi;

- o mamă cu cele două fiice ale sale.

Se știe că:

- deținutul trebuie să se afle mereu în prezența polițistului;

- niciun fiu nu se poate afla în prezența mamei fără să fie și tatăl de față.

- copiii nu pot merge singuri pe plută;

- pe plută nu încap mai mult de două persoane.

Cum pot traversa toți în siguranță pe celălalt mal?

(Precizare: Este interzisă și situația în care o fiică se află pe un mal pe care nu e și mama ei, iar tatăl vine cu barca pe acel mal și pleacă imediat înapoi.)

CONCURSUL REGIONAL DE MATEMATICĂ CUPA PRO-PERFORMANȚA

SENIORI (CLASELE IX-XII)

3 NOIEMBRIE 2018

1. Într-un joc "De-a șoarecele și pisica", șoarecele și pisica se află pe axa numerelor reale, pisica pornește din origine, iar șoarecele pleacă de pe poziția m , $m \in \mathbb{N}$, pentru a ajunge în ascunzătoarea de pe poziția h , $m < h$, $h \in \mathbb{N}$. La fiecare pas, unul dintre cele două animale avansează cu o unitate și știm că pisica nu prinde niciodată șoarecele (pisica se află întodeauna cu minim o unitate în spatele șoarecelui). Jocul se încheie când șoarecele ajunge în ascunzătoarea sa. Notăm cu $g(h, m)$ numărul de secvențe diferite de mișcări ale acestui joc.

- 1) Scrieți cinci secvențe diferite de mișcări ale jocului pentru $h = 4$ și $m = 2$.
- 2) Explicați de ce $g(h, h - 1) = h - 1$ pentru $h \geq 2$.
- 3) Explicați de ce $g(h, 2) = g(h, 1)$ pentru $h \geq 3$.
- 4) Explicați de ce $g(h, m) = g(h, m + 1) + g(h - 1, m - 1)$ când $1 < m < h - 1$.

2. Avem la dispoziție două cutii. Prima cutie conține o bilă roșie și două bile albe. A doua cutie conține două bile roșii și o bilă albă. O bilă aleasă la întâmplare este extrasă din prima cutie și transferată în cutia a doua. O bilă este extrasă la întâmplare din cutia a doua și este roșie. Care este probabilitatea ca bila transferată să fie albă?

3. O caravană încărcată cu daruri de preț pentru Regele Persiei străbate deșertul, târându-se încet sub soarele nemilos. Caravana e însoțită de 5 beduini călare pe cămile. Fiecare beduin poartă pe cap un turban alb sau roșu și vede doar turbanele de pe capetele celorlalți. Cei care poartă turbane roșii mint, iar cei care poartă turbane albe spun adevărul.

Cel mai vârstnic dintre beduini spune: Văd 3 turbane albe și unul roșu.

Al doilea după el în ordinea vârstei zice: Văd 4 turbane roșii.

Al treilea afirmă: Văd un turban alb și 3 turbane roșii.

În fine, cel mai tânăr dintre ei spune: Văd patru turbane albe.

Ce culoare are turbanul fiecărui beduin?